الدرس 1

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بيانِيًّا

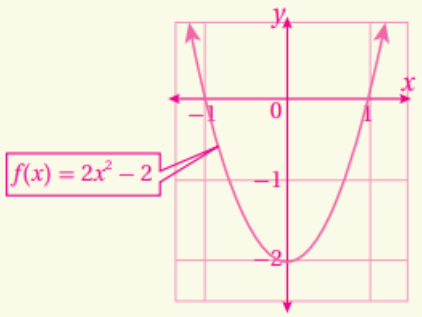
Solving Quadratic Equations by Graphing

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أَحُلُّ المُعادلةَ $2x^2 - 2 = 0$ بيانِيًّا.

إجابة التدريب في بند (أتحقَّق من فهمي 1):

للمعادلة جذران، هما: $-1, 1$

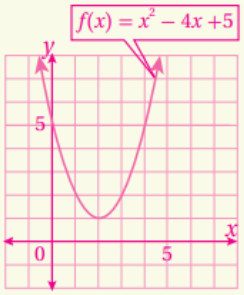


أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أَحُلُّ المُعادلةَ $x^2 + 5 = 4x$ بيانِيًّا.

إجابة التدريب في بند (أتحقَّق من فهمي 3):

لا يوجد جذر حقيقي للمعادلة.

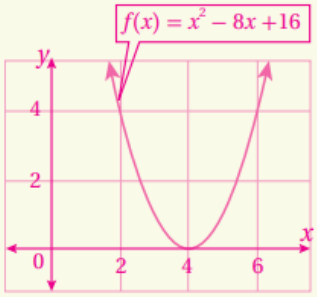


أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أَحُلُّ المُعادلةَ $x^2 - 8x = -16$ بيانِيًّا.

إجابة التدريب في بند (أتحقَّق من فهمي 2):

للمعادلة جذر وحيد، هو: 4



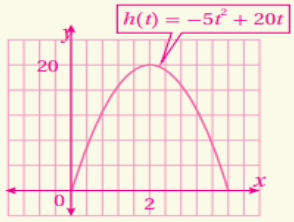
أتحقَّقُ مِنْ فهمي

فيزياءُ: في تجربةٍ فيزيائيَّةٍ، قُذِفَتْ صفاءُ كتلةً إلى الأعلى، فمثَّلَ الاقترانُ $h(t) = -5t^2 + 20t$ ارتفاعَ هذهِ الكتلةِ بالأمتارِ، بعدَ t ثانيةً مِنْ قذفِها. أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ لِأَجِدَ زمنَ بقاءِ الكتلةِ في الهواءِ.

إجابة التدريب في بند (أتحقَّق من فهمي 4):

للمعادلة جذران: هما: $0, 4$

وهذا يعني أن مدة بقاء الكتلة في الهواء 4 sec



أتدرّبُ وأحُلُّ المسائل

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بيانيًّا:

1) $x^2 - 9 = 0$

2) $x^2 - 5x = 0$

3) $-12x^2 = 16$

4) $-x^2 + 12x = 36$

5) $x^2 - 6x + 9 = 0$

6) $x^2 - 6x = 7$

7) $x^2 + x - 6 = 0$

8) $x^2 = 6x - 8$

9) $-x^2 + 4 = 3x$

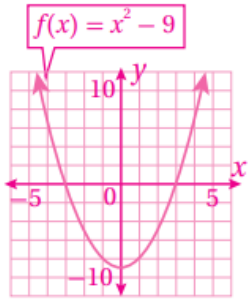
10) $x^2 + 3x + 6 = 0$

11) $2x^2 - 5x = -6$

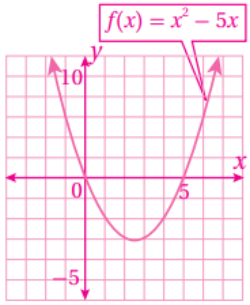
12) $2x^2 + 32 = -20x$

إجابات أسئلة كتاب الطالب، الدرس 1:

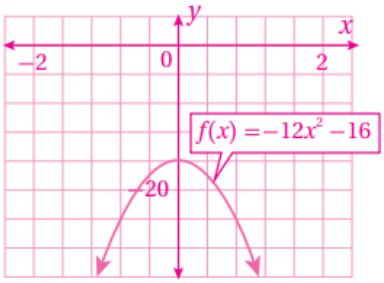
1) للمعادلة جذران، هما: $-3, 3$



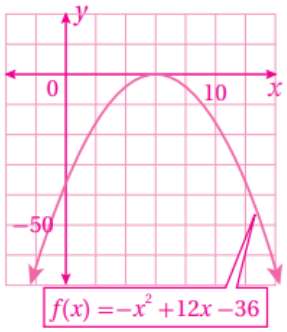
2) للمعادلة جذران، هما: $0, 5$



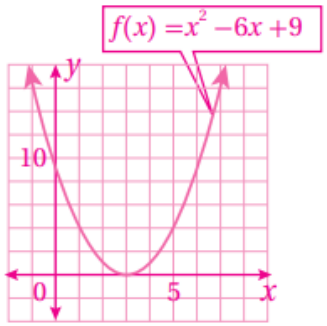
3) لا يوجد جذر حقيقي للمعادلة.



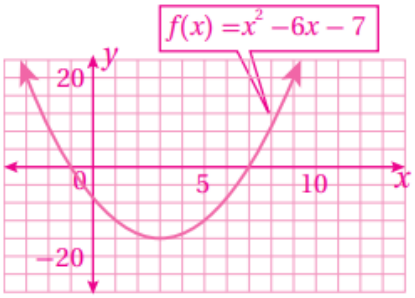
4) للمعادلة جذر وحيد، هو: 6



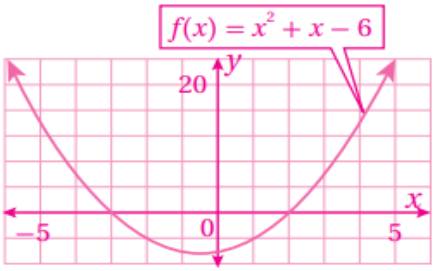
5) للمعادلة جذر وحيد، هو: 3



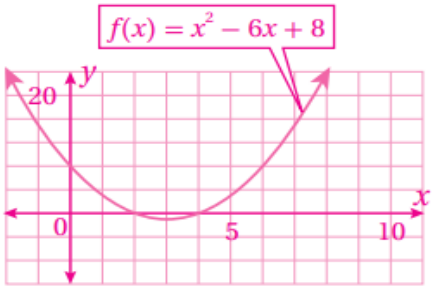
6) للمعادلة جذران، هما: $-1, 7$



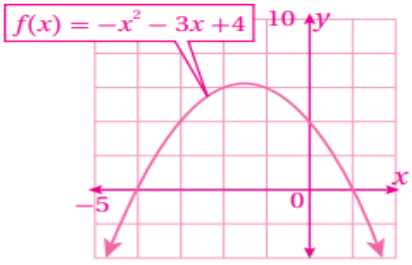
7) للمعادلة جذران، هما: $-3, 2$



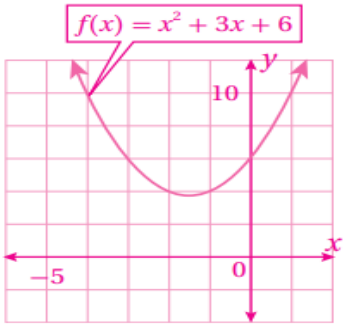
8) للمعادلة جذران، هما: $2, 4$



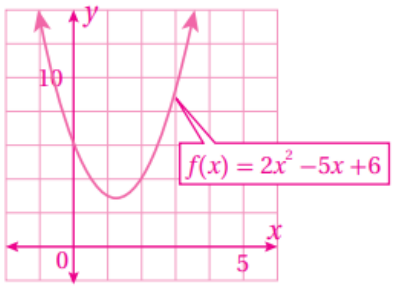
9) للمعادلة جذران، هما: $-4, 1$



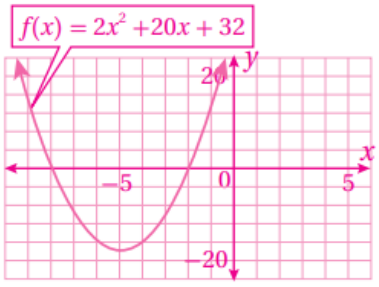
10) لا توجد للمعادلة جذور حقيقية.



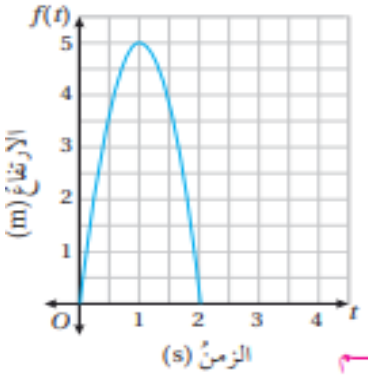
11) لا توجد للمعادلة جذور حقيقية.



12) للمعادلة جذران، هما: $-8, -2$



رياضةٌ: يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ ارتفاعَ لاعبِ جُمبازٍ $f(t)$ بالأمتارِ بعدَ t ثانيةً مِنْ وثبِهِ عَنْ سطحِ الأرضِ.



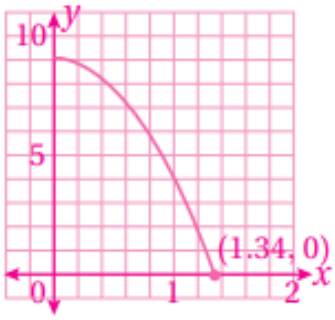
13) كمْ ثانيةً بَقِيَ اللاعبُ في الهواءِ؟ 2 s

14) ما أقصى ارتفاعٍ وصلَ إليهِ اللاعبُ؟ 5 m

15) هلْ يمثّلُ الاقترانُ $f(t) = -5t^2 + 10t$ حركةَ لاعبِ الجُمبازِ؟ أبرّرُ إجابتي.
نعم، يمثّلها، رأس منحنى الاقتران ورأس المنحنى في الرسم نفسه وهو (1, 5)، وصفرا الاقتران هما أنفسهما الإحداثيان t لنقطتي تقاطع المنحنى مع المحور t، وهما: 0, 2

16) طيورٌ: التقطَ نَسرٌ سمكةً مِنْ بُحيرةٍ وطارَ بها، وعندما وصلَ إلى ارتفاعِ 9 m تمكّنَتِ السمكةُ مِنَ التَّحَرُّرِ لِتَسقُطَ مرّةً أُخرى في البُحيرةِ. إذا عَلِمْتُ أنَّ الاقترانَ $h(t) = -5t^2 + 9$ يمثّلُ ارتفاعَ السمكةِ بالأمتارِ بعدَ t ثانيةً مِنْ سقوطِها، فأستعملُ التمثيلَ البيانيَّ لِأجدَ زمنَ بقاءِ السمكةِ في الهواءِ.

16) 1.34 s



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

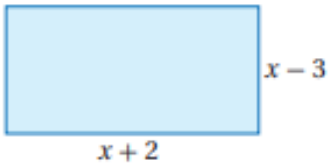
17) أكتشِفُ المختلفَ: أيُّ المُعادلاتِ الآتيةِ مختلفةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

$x^2 - 6x + 8 = 0$ $x^2 - 2x - 3 = 0$

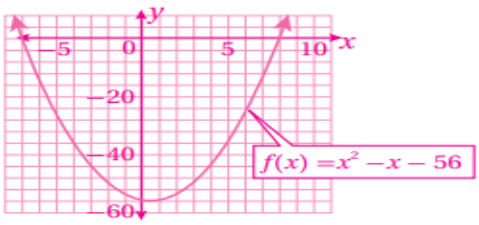
$x^2 + 2x - 3 = 0$ $x^2 + 5x - 6 = 0$

المعادلة المختلفة هي: $x^2 - 6x + 8 = 0$؛ لأن لها جذرين موجبين، أما المعادلات الباقية فلكل منها جذر سالب وآخر موجب.

18 **تبريرٌ:** يبيّنُ الشكلُ الآتي مستطيلًا مساحتُهُ $50\ m^2$. أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ لِأجِدَ قيمةَ x، وأبرّرُ إجابتي.



18)



$(x+2)(x-3)=50$

$x^2-x-56=0$

جذرا المعادلة هما: $-7, 8$، ولكن قيمة x التي تحقّق مساحة المستطيل هي 8؛ لأن تعويض -7 في أبعاد المستطيل يعطي قيمًا سالبة، ولا يمكن أن يكون الطول سالبًا.

الدرسُ 2

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ (1)

Solving Quadratic Equations by Factoring (1)

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $x^2 - 3x = 0$ $x = 0, x = 3$ b) $8x^2 = -12x$ $x = 0, x = -\frac{3}{2}$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $4x^2 - 1 = 0$ $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$ b) $2x^2 - 18 = 0$ $x = -3, x = 3$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $x^2 + 7x = -6$ $x = -1, x = -6$ b) $x^2 - 9x + 8 = 0$ $x = 1, x = 8$ c) $x^2 - 4x - 21 = 0$ $x = 7, x = -3$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أَحُلُّ المُعادلةَ: $x^2 - 6x + 9 = 0$ $x = 3$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $4x^2 - 100 = 0$ $x = -5, x = 5$ b) $(x - 1)^2 = 16$ $x = -3, x = 5$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

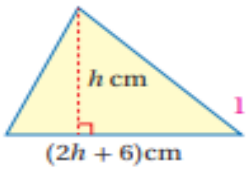
1. $4x^2 + 9x = 0$
   $x = 0 , x = -\frac{9}{4}$
2. $7x^2 = 6x$
   $x = 0 , x = \frac{6}{7}$
3. $x^2 + 5x + 4 = 0$
   $x = -1 , x = -4$
4. $x^2 - 2x - 15 = 0$
   $x = -3 , x = 5$
5. $t^2 - 8t + 16 = 0$
   $t = 4$
6. $x^2 - 18x = -32$
   $x = 2, x = 16$
7. $x^2 + 2x = 24$
   $x = -6, x = 4$
8. $x^2 = 17x - 72$
   $x = 9, x = 8$
9. $2m^2 = 50$
   $m = -5, m = 5$
10. $x^2 - 9 = 0$
    $x = -3, x = 3$
11. $x^2 - 25 = 0$
    $x = -5, x = 5$
12. $\frac{1}{3}x^2 - 3 = 0$
    $x = -3, x = 3$
13. $s^2 + 20s + 100 = 0$
    $s = -10$
14. $y^2 + \frac{1}{2}y = -\frac{1}{16}$
    $y = -\frac{1}{4}$
15. $9m^2 - 12m + 4 = 0$
    $m = \frac{2}{3}$
16. $(x + 1)^2 = 4$
    $x = -3, x = 1$
17. $9(x - 1)^2 = 16$
    $x = -\frac{1}{3} , x = \frac{7}{3}$
18. $5x^2 + 2 = 6$
    $x = -\frac{2}{\sqrt{5}} , x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

19. **فُرشاةٌ:** سقطتْ فرشاةُ طلاءٍ منْ يدِ سفيانَ. إذا مَثَّلَ الاقترانُ $h(t) = 3 - 5t^2$ ارتفاعَ تلكَ الفُرشاةِ بالأمتارِ عَنِ الأرضِ، بعدَ t ثانيةً مِنْ سُقوطِها، فبعدَ كَمْ ثانيةً تصلُ إلى الأرضِ؟
    $\sqrt{\frac{3}{5}}$

أعمارٌ: إذا كانَ عمرُ لينةَ x عامًا، ويكبرُها زوجُها بثلاثةِ أعوامٍ، وكانَ حاصلُ ضربِ عمريهِما 700، فَأَجِدُ:

20. مُعادلةً تربيعيَّةً تمثِّلُ الموقفَ.
    $x^2 + 3x - 700 = 0$
21. عمرَ لينةَ. $x = 25$

22. **حديقةٌ:** حديقةٌ مستطيلةُ الشكلِ يزيدُ طولُها على عرضِها بمقدارِ 40 m، ومساحتُها $48000\ m^2$، يريدُ مزارعٌ إحاطَتَها بسياجٍ. أَجِدُ طولَ السِّياجِ. المعادلة التي تعبّر عن مساحة الحديقة: $x(x + 40) = 48000$
    عرض الحديقة 200 m، طول الحديقة 240 m، طول السياج 880 m.



23. **هندسةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ مثلثًا مِساحتُهُ $40\ cm^2$. أَجِدُ ارتفاعَهُ h، وطولَ قاعدتِهِ.
    المعادلة التي تعبّر عن مساحة المثلث: $\frac{1}{2}h(2h + 6) = 40$ الارتفاع $h = 5$ cm، طول القاعدة 16 cm
24. أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.
    $t = \frac{7}{16}$ s

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

25. **أكتشِفُ الخطأَ:** حلَّ سلمانُ ومهنّدٌ المُعادلةَ التربيعيَّةَ $x^2 - 3x - 4 = 0$، كما هُوَ مُبيَّنٌ أدناهُ. أيُّهما إجابتُهُ صحيحةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.
    إجابة سلمان هي الصحيحة؛ لأنه حلل بشكل صحيح، ثم استخدم خاصية الضرب الصفري.
    أما مهند فقد أخطأ في تطبيق خاصية الضرب الصفري على العدد 4

سلمانُ

$x^2 - 3x - 4 = 0$
$(x - 4)(x + 1) = 0$
$x - 4 = 0$ or $x + 1 = 0$
$x = 4$ $\quad$ $x = -1$

مهنّدٌ

$x(x - 3) = 4$
$x = 4$ or $x - 3 = 4$
$x = 7$

تبريرٌ: أحدّدُ عددَ حلولِ كلِّ مُعادلةٍ ممّا يأتي مِنْ دونِ حَلِّها، وأبرّرُ إجابتي:

26 $y^2 = -36$

27 $a^2 - 12 = 6$

28 $n^2 - 15 = -15$

26) لا توجد حلول حقيقية؛ لأنه لا يوجد عدد حقيقي مربعه سالب.

27) حلّان، يوجد عددان حقيقيان مربع كل منهما 18

28) حل واحد؛ لأن العدد الوحيد الذي مربعه صفر هو الصفر.

الدرسُ 3

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ (2)

Solving Quadratic Equations by Factoring (2)

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلِّلُ $2x^2 + 7x + 6$ $(2x + 3)(x + 2)$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلِّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

a) $9x^2 - 33x + 18$ $3(x - 3)(3x - 2)$

b) $5x^2 - 13x + 6$ $(5x - 3)(x - 2)$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلِّلُ $3x^2 - 3x - 6$ $3(x - 2)(x + 1)$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ $x = \frac{1}{2}, x = 2$

b) $2x^2 + 6x = -4$ $x = -2, x = -1$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

محميَّةٌ: محميَّةٌ طبيعيَّةٌ مستطيلةُ الشكلِ يزيدُ طولُها على مِثْلَيْ عرضِها بمقدارِ 1 km. إذا كانتْ مِساحتُها $136\ km^2$، فأَجِدُ أبعادَها. العرض 8 km، الطول 17 km

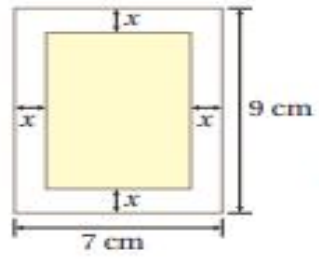
أتدرّبُ وأحُلُّ المسائلَ

أحلّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

1. $3x^2 + 11x + 6$
   $(3x + 2)(x + 3)$
2. $8x^2 - 30x + 7$
   $(4x - 1)(2x - 7)$
3. $6x^2 + 15x - 9$
   $3(2x - 1)(x + 3)$
4. $4x^2 - 4x - 35$
   $(2x + 5)(2x - 7)$
5. $12x^2 + 36x + 27$
   $3(2x + 3)(2x + 3)$
6. $6r^2 - 14r - 12$
   $2(3r + 2)(r - 3)$

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

7. $24x^2 - 19x + 2 = 0$
   $x = \frac{1}{8}, x = \frac{2}{3}$
8. $18t^2 + 9t + 1 = 0$
   $t = -\frac{1}{6}, t = -\frac{1}{3}$
9. $5x^2 + 8x + 3 = 0$
   $x = -\frac{3}{5}, x = -1$
10. $5x^2 - 9x - 2 = 0$
    $x = -\frac{1}{5}, x = 2$
11. $4t^2 - 4t - 35 = 0$
    $t = -\frac{5}{2}, t = \frac{7}{2}$
12. $6x^2 + 15x - 9 = 0$
    $x = \frac{1}{2}, x = -3$
13. $28s^2 - 85s + 63 = 0$
    $s = \frac{9}{7}, s = \frac{7}{4}$
14. $9d^2 - 24d - 9 = 0$
    $d = -\frac{1}{3}, d = 3$
15. $8x(x + 1) = 16$
    $x = -2, x = 1$
16. $13x^2 = 11 - 2x$
    $x = \frac{11}{13}, x = -1$
17. $8x - 16 - x^2 = 0$
    $x = 4$
18. $2t^2 - t = 15$
    $t = -\frac{5}{2}, t = 3$
19. $(2x + 1)(5x + 2) = (2x - 2)(x - 2)$
    $x = \frac{1}{8}, x = -2$
20. $8x^2 + 6x + 3 = 2x^2 + x + 2$
    $x = -\frac{1}{3}, x = -\frac{1}{2}$



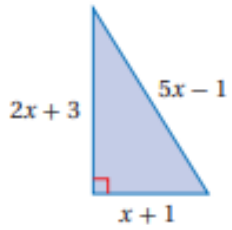
هندسةٌ: يظهرُ في الشكلِ المجاورِ مستطيلٌ باللون الأصفر مساحتُهُ $35\ cm^2$، صَنَعَتْهُ شُروقُ بقصِّ أشرطةٍ عرضُ كلٍّ مِنْها $x\ cm$ مِنْ جوانبِ ورقةٍ مستطيلةِ الشكلِ طولُها $9\ cm$، وعرضُها $7\ cm$، أَجِدُ: المعادلة التي تعبر عن مساحة المستطيل الأصفر: $(9-2x)(7-2x) = 35$

21. عرضَ الشريطِ. عرض الشريط $x = 1\ cm$
22. أبعادَ المستطيلِ الجديدِ. طول المستطيل: $7\ cm$، عرض المستطيل: $5\ cm$

23. بطاقةٌ: بطاقةُ دعوةٍ مستطيلةُ الشكلِ يزيدُ طولُها على مِثْلَيْ عرضِها بمقدارِ $3\ cm$ إذا كانتْ مِساحتُها $90\ cm^2$، فَأَجِدُ طولَها وعرضَها.
عرض البطاقة x، المعادلة التي تعبر عن مساحة البطاقة: $x(2x + 3) = 90$
عرض البطاقة $6\ cm$، طول البطاقة $15\ cm$
24. أحلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.
$t = 2\ s$

مهارات التفكير العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ مثلّثًا قائمَ الزاويةِ.



25 أبيّنُ، بالاعتمادِ على الشكلِ، أنَّ $20x^2 - 24x - 9 = 0$، وأبرّرُ إجابتي.

إرشادٌ: أستعملُ نظريّةَ فيثاغورس

26 أجِدُ مساحةَ المثلّثِ.

25) بما أن المثلث قائـــم الزاوية فإن مربع الوتر يســـاوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين، ومنه فإن:

$$(2x + 3)^2 + (x + 1)^2 = (5x - 1)^2$$

بالتبسيط ينتج أن:

$$20x^2 - 24x - 9 = 0$$

26) أجد قيمة x بحل المعادلة من السؤال السابق:

$$20x^2 - 24x - 9 = 0$$

$$(10x + 3)(2x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{3}{10}\ ,\ x = \frac{3}{2}$$

جذرا المعادلة هما: $\frac{3}{2}\ ,\ -\frac{3}{10}$ ، ولكن قيمة x التي تحقّق مساحة المثلث هي $\frac{3}{2}$ ؛ لأن تعويض $-\frac{3}{10}$ في وتر المثلث يعطي قيمة ســـالبة، ولا يمكن أن يكون الطول سالبًا.

إذن، مساحة المثلث $\frac{15}{2}$ وحدة مربعة.

الدرسُ
4

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بإكمالِ المُرَبَّعِ

Solving Quadratic Equations by Completing the Square

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أجعلُ كلَّ مقدارٍ ممّا يأتي مُرَبَّعًا كاملًا، ثمَّ أحلّلُ المُرَبَّعَ الكاملَ ثُلاثِيَّ الحدودِ الناتجَ:

a) $x^2 + 2x$ $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

b) $x^2 - 14x$ $x^2 - 14x + 49 = (x-7)^2$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بإكمالِ المُرَبَّعِ، مُقَرِّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ (إنْ لَزِمَ):

a) $x^2 + 8x + 7 = 0$ $x = -1, x = -7$

b) $x^2 - 5x - 3 = 0$ $x \approx 5.5, x \approx -0.5$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بإكمالِ المُرَبَّعِ:

a) $2x^2 + 20x - 10 = 0$

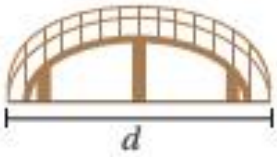
a) $x = -5 \pm \sqrt{30}$

b) $2x^2 + 8x + 12 = 0$

b) لا يوجد جذر حقيقي للمعادلة.

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

تصميمٌ: صَمَّمَ مهندسٌ نموذجًا لجسرٍ مُشاةٍ على شكلِ قطعٍ مُكافِئٍ، بحيثُ يمثّلُ الاقترانُ: $h(x) = -x^2 + 6x - 7$ ارتفاعَ الجسرِ عَنْ قاعدةِ النموذجِ بالديسيمترِ، وَ x البُعدَ الأُفقيَّ بالديسيمترِ عَنْ إشارةٍ ضوئيَّةٍ، كما في الشكلِ المُجاورِ. أَجِدُ طولَ قاعدةِ الجسرِ d، مُقَرِّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرةٍ.



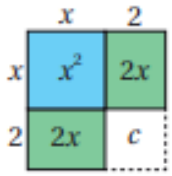
جذرا المعادلة $x \approx 4.4, x \approx 1.6$، $d = 2.8$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائل

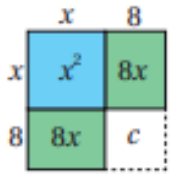
أجعلُ كلَّ مقدارٍ ممّا يأتي مُربّعًا كاملًا، ثمَّ أحلّلُ المُربّعَ الكاملَ ثُلاثيَّ الحدودِ الناتجَ:

1. $x^2 + 4x$
   $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
2. $x^2 + 14x$
   $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$
3. $x^2 - 3x$
   $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$
4. $x^2 + 8x$
   $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$
5. $x^2 - 2x$
   $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$
6. $x^2 + 22x$
   $x^2 + 22x + 121 = (x + 11)^2$

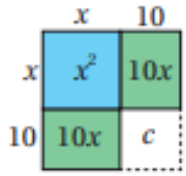
أَجِدُ قيمةَ c في كلٍّ ممّا يأتي، ثمَّ أَجِدُ المقدارَ الجبريَّ الذي يعبّرُ عَنِ النموذجِ:

7. 

$c = 4$
$(x + 2)^2$

8. 

$c = 64$
$(x + 8)^2$

9. 

$c = 100$
$(x + 10)^2$

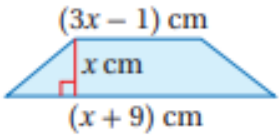
أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بإكمالِ المُربّعِ:

10. $x^2 + 4x = 12$
    $x = -6, x = 2$
11. $x^2 - 14x = -13$
    $x = 1, x = 13$
12. $x^2 - 6x - 11 = 0$
    $x = 3 \pm 2\sqrt{5}$
13. $x^2 + 4x - 1 = 0$
    $x = -2 \pm \sqrt{5}$
14. $x^2 + 14x - 5 = 0$
    $x = -7 \pm 3\sqrt{6}$
15. $x^2 - 6x + 3 = 0$
    $x = 3 \pm \sqrt{6}$
16. $x^2 + 13x + 35 = 0$
    $x = -\frac{13}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{29}$
17. $x^2 + 2x - 1 = 0$
    $x = -1 \pm \sqrt{2}$
18. $x^2 + 2x - 3 = 0$
    $x = -3, x = 1$

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بإكمالِ المُربّعِ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لَزِمَ):

19. $x^2 + 2x - 9 = 0$
    $x \approx 2.2, x \approx -4.2$
20. $x^2 - 4x - 7 = 0$
    $x \approx 5.3, x \approx -1.3$
21. $x^2 + 2x - 5 = 0$
    $x \approx -3.4, x \approx 1.4$
22. $2x^2 - 6x - 3 = 0$
    $x \approx -0.4, x \approx 3.4$
23. $4x^2 - 8x + 1 = 0$
    $x \approx 1.9, x \approx 0.1$
24. $2x^2 + 5x - 10 = 0$
    $x \approx -3.8, x \approx 1.3$

25. **هندسةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ شبهَ منحرفٍ مِساحتُهُ $20\ cm^2$. أَجِدُ قيمةَ x، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ. $x \approx 2.3$



إرشادٌ: مِساحةُ شبهِ المُنحرفِ تُساوي نصفَ مجموعِ طولَيِ الضّلعَيْنِ المُتوازِيَيْنِ مضروبًا في الارتفاعِ.

26. **ضفادعُ:** وقفَ ضفدعٌ على جذعِ شجرةٍ يرتفعُ 1 m عَنْ سطحِ الأرضِ، ثمَّ قفزَ إلى سطحِ الأرضِ ليُمثّلَ الاقترانُ $h(t) = -5t^2 + 15t + 1$ ارتفاعَهُ بالمترِ عَنْ سطحِ الأرضِ بعدَ t ثانيةً مِنْ قفزِهِ عَنِ الجذعِ. بعدَ كمْ ثانيةً يصلُ الضفدعُ إلى سطحِ الأرضِ؟ أقرّبُ إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ. $t \approx 3.1\ s$

الدرسُ 5

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

Solving Quadratic Equations Using the Quadratic Formula

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

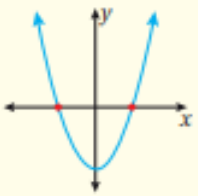
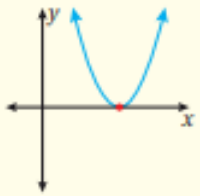
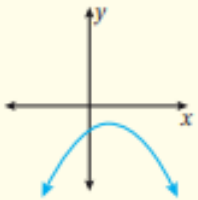
أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بالقانونِ العامِّ، مُقَرِّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لَزِمَ):

a) $3x^2 + 16x = -5$ $x = -\frac{1}{3}, x = -5$

b) $x^2 - 2x = 4$ $x \approx 3.2, x \approx -1.2$

مفهومٌ أساسيٌّ استعمالُ المُمَيِّزِ

مُمَيِّزُ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ هُوَ $\Delta = b^2 - 4ac$، ويمكنُ استعمالُهُ لتحديدِ عددِ حلولِ المُعادلةِ التربيعيَّةِ كما يأتي:

إشارةُ المُمَيِّزِ Δ	$\Delta > 0$ موجبٌ	$\Delta = 0$ صفرٌ	$\Delta < 0$ سالبٌ
عددُ الحُلولِ	حلّانِ حقيقيّانِ مختلفانِ	حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ	لا توجدُ حُلولٌ حقيقيَّةٌ
مثالٌ بيانيٌّ			

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحدِّدُ عددَ الحُلولِ الحقيقيَّةِ لكلِّ مُعادلةٍ تربيعيَّةٍ ممّا يأتي باستعمالِ المُمَيِّزِ:

a) $-x^2 + 4x - 4 = 0$

b) $2x^2 + 8x - 3 = 0$

c) $x^2 - 6x + 11 = 0$

a) للمعادلة حل حقيقي واحد.

b) للمعادلة حلّان حقيقيان مختلفان.

c) لا توجد للمعادلة حلول حقيقية.

أتحقّقُ مِن فهمي

أحلُّ كلَّ مُعادلةٍ ممّا يأتي باستعمالِ أيِّ طريقةٍ، وأبرّرُ سببَ اختيارِ الطريقةِ:

a) $x^2 + 3x - 28 = 0$ b) $-x^2 - 10x = 11$ c) $3x^2 - 13x = 5$

a) أحلها باستعمال التحليل إلى العوامل؛ لسهولة تحليل الطرف الأيسر.

جذرا المعادلة هما: $4, -7$

b) أحلها باستعمال طريقة إكمال مربع؛ لأن معامل x^2 يساوي 1، ومعامل x زوجي.

جذرا المعادلة هما: $-5 \pm \sqrt{14}$

c) أحلها باستعمال القانون العام؛ لأنها لا تحلل والأعداد فيها كبيرة.

جذرا المعادلة هما: $\frac{13 \pm \sqrt{229}}{6}$

أتحقّقُ مِن فهمي

في مناورةٍ تدريبيَّةٍ للقُوّاتِ المسلَّحةِ الأردنيَّةِ – الجيشِ العربيِّ، أُطلِقَتْ قذيفةٌ مِنَ ارتفاعِ 2 m، فَمَثَّلَ الاقترانُ $h(x) = -0.001x^2 + 0.9x + 2$ ارتفاعَها بالمترِ عَنْ سطحِ الأرضِ؛ حيثُ x المسافةُ الأُفقيَّةُ بينَ القذيفةِ وموقعِ إطلاقِها. أجِدُ المسافةَ الأُفقيَّةَ بينَ موقعِ إطلاقِ القذيفةِ وموقعِ سقوطِها. $x \approx 902.2$ m

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بالقانونِ العامِّ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لَزِمَ):

1) $2x^2 + x - 8 = 0$
$x \approx 1.8, x \approx -2.3$

2) $3x^2 + 5x + 1 = 0$
$x \approx -0.2, x \approx -1.4$

3) $x^2 - x - 10 = 0$
$x \approx 3.7, x \approx -2.7$

4) $4x^2 + 3 = -9x$
$x \approx -0.4, x \approx -1.8$

5) $6x^2 + 22x + 19 = 0$
$x \approx -1.4, x \approx -2.3$

6) $x^2 + 3x = 6$
$x \approx 1.4, x \approx -4.4$

7) $3x^2 + 1 = 7x$
$x \approx 2.2, x \approx 0.2$

8) $2x^2 + 11x + 4 = 0$
$x \approx -0.4, x \approx -5.1$

9) $4x^2 + 5x = 3$
$x \approx 0.4, x \approx -1.7$

10) $4x^2 = 9x - 4$
$x \approx 1.6, x \approx 0.6$

11) $7x^2 = 2 - 3x$
$x \approx 0.4, x \approx -0.8$

12) $5x^2 - 10x + 1 = 0$
$x \approx 1.9, x \approx 0.1$

أحدّدُ عددَ الحُلولِ الحقيقيّةِ لكلِّ مُعادلةٍ تربيعيّةٍ ممّا يأتي باستعمالِ المُمَيِّزِ:

13) $x^2 - 6x + 10 = 0$
$\Delta = -4$، لا توجد حلول حقيقية للمعادلة.

14) $2x^2 - 12x = -18$
$\Delta = 0$، يوجد للمعادلة حل حقيقي واحد.

15) $-5x^2 + 8x + 9 = 0$
$\Delta = 244$، يوجد للمعادلة حلّان حقيقيان مختلفان.

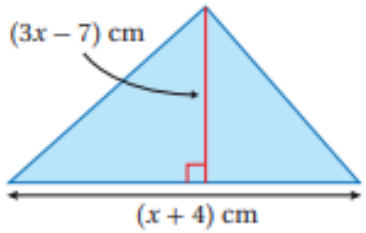
16) أحلها باستعمال طريقة إكمال مربع؛ لأن معامل x^2 يساوي 1، ومعامل x زوجي.
جذرا المعادلة هما $-2 \pm \sqrt{19}$

17) أحلها باستعمال الجذور التربيعية؛ لأن الحد bx غير موجود.
جذرا المعادلة هما: $\pm \frac{7}{3}$

18) أحلها باستعمال طريقة التحليل إلى العوامل؛ لأنه يمكن تحليل الطرف الأيسر من المعادلة بسهولة.
جذرا المعادلة هما: $-10, 6$

21 **هندسةٌ:** يبيّنُ الشكلُ الآتي مثلثًا مِساحتُهُ $10\ \text{cm}^2$. أَجِدُ قيمةَ x، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ.

$x \approx 3.3\ \text{cm}$



22 أحلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

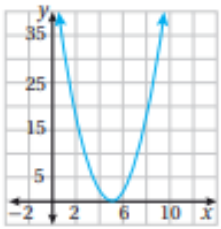
$x \approx 23.2\ \text{m}$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: أصلُ كلَّ مُعادلةٍ في ما يأتي بالتمثيلِ البيانيِّ للاقترانِ المُرتبطِ بها، وأبرّرُ إجابتي:

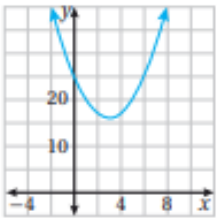
التبرير: يوجد للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

25 $3x^2 + 6x - 9 = 0$



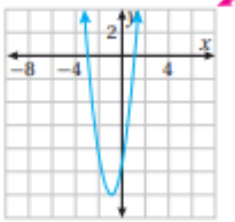
التبرير: يوجد للمعادلة جذر حقيقي واحد.

24 $2x^2 - 20x + 50 = 0$



التبرير: لا توجد للمعادلة جذور حقيقية.

23 $x^2 - 6x + 25 = 0$



27 **أكتشِفُ الخطأَ:** يقولُ نورٌ إنَّ مُمَيِّزَ المُعادلةِ $2x^2 + 5x - 1 = 0$ هُوَ 17. أكتشِفُ الخطأَ الذي وقعَ فيهِ نورٌ وأصحّحُهُ.

الخطأ الذي وقع فيه نور عدّه $c = 1$، والصواب أن $c = -1$.

وبذلك يكون المُميِّز 33

الدرسُ 6

حلُّ مُعادلاتٍ خاصَّةٍ
Solving Special Equations

أتحقَّقُ مِنْ فهمي أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $x^3 + 12x = 7x^2$
$x = 0, x = 3, x = 4$

b) $x^3 = 25x$
$x = 0, x = -5, x = 5$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $9x^3 + 18x^2 + 2x + 4 = 0$

a) $x = -2$

b) $2x^3 + x^2 - 14x - 7 = 0$

b) $x = -\frac{1}{2}, x = \pm\sqrt{7}$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $27x^3 - 1 = 0$

a) $x = \frac{1}{3}$

b) $x^3 + 1000 = 0$

b) $x = -10$

c) $16x^4 - 250x = 0$

c) $x = 0, x = \frac{5}{2}$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $x^4 - 625 = 0$ $x = \pm 5$

b) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
$x = \pm 1, x = \pm\sqrt{2}$

أتحقَّقُ مِنْ فهمي

صناعةٌ: تصنعُ شركةٌ صناديقَ لجهازٍ إلكترونيٍّ على شكلِ مُتوازي مستطيلاتٍ، أبعادُها كما هُوَ مُبَيَّنٌ في الشكلِ المُجاورِ.

إذا كانَ حجمُ الصندوقِ $60\ cm^3$، فَأَجِدُ أبعادَهُ. الطول 10 cm، العرض 2 cm، الارتفاع 3 cm

أتدرَّبُ وأحُلُّ المسائل

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

1. $3x^4 - 12x^3 = 0$ $x = 0, x = 4$
2. $35x^3 - 28x^2 - 7x = 0$ $x = 0, x = -\frac{1}{5}, x = 1$
3. $6x^6 - 3x^4 - 9x^2 = 0$ $x = 0, x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$
4. $2x^3 + 4x^2 + 2x = 0$ $x = 0, x = -1$
5. $3x^3 = 12x$ $x = 0, x = \pm 2$
6. $x^3 + 4x^2 + 4x = 0$ $x = 0, x = -2$
7. $2x^3 - 3x^2 - 4x + 6 = 0$ $x = \frac{3}{2}, x = \pm\sqrt{2}$
8. $10x^3 - 15x^2 + 2x - 3 = 0$ $x = \frac{3}{2}$
9. $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$ $x = 3$
10. $125x^3 - 1 = 0$ $x = \frac{1}{5}$
11. $3x^3 + 3000 = 0$ $x = -10$
12. $x^4 + x^3 - 12x - 12 = 0$ $x = -1, x = \sqrt[3]{12}$
13. $5x^3 - 320 = 0$ $x = 4$
14. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ $x = \pm 1, x = \pm 2$
15. $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$ $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}, x = \pm 2$
16. $4x^4 + 20x^2 = -25$ لا توجد حلول حقيقية.
17. $16x^4 - 81 = 0$ $x = \pm\frac{3}{2}$
18. $5w^6 - 25w^3 + 30 = 0$ $w = \sqrt[3]{3}, w = \sqrt[3]{2}$

كيسٌ للهدايا على شكلِ مُتوازي مستطيلاتٍ، حجمُهُ $1152\ cm^3$، وأبعادُهُ بدلالةِ المُتغيِّرِ w موضَّحةٌ في الشكلِ المُجاورِ. أجِدُ أبعادَهُ.

21. أحلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ. الطول 16 cm، العرض 6 cm، الارتفاع 12 cm

أو العرض 16 cm، والطول 36 cm، والارتفاع 2 cm، ولكن الأبعاد الأولى هي الأرجح والأنسب لسياق المسألة.

مهارات التفكير العُليا

22 **أكتشِفُ الخطأَ:** حَلَّتْ نداءُ المُعادلةَ $2x^4 - 18x^2 = 0$، كما هُوَ مُبَيَّنٌ أدناهُ. أكتشِفُ الخطأَ في حلِّها وأصحّحُهُ.

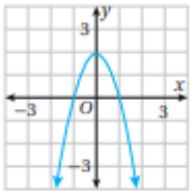
$$2x^4 - 18x^2 = 0$$
$$2x^2(x^2 - 9) = 0$$
$$x^2 - 9 = 0$$
$$(x + 3)(x - 3) = 0$$
$$x = -3 \quad \text{or} \quad x = 3$$

إجابة ممكنة: قسّمت نداء طرفي المعادلة على x^2، وفي هذه الحالة لا يظهر الجذر $x = 0$

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 أيٌّ ممّا يأتي يمثّلُ أحدَ حُلولِ المُعادلةِ التربيعيَّةِ في الشكلِ المُجاورِ؟



a) 1 b) 2
c) 0 d) 3

2 جذرا المُعادلةِ $3x^2 - 48 = 0$، هُما:

a) $-2, 2$ b) $-4, 4$
c) $-16, 16$ d) $6, -6$

3 جذرا المُعادلةِ $x^2 - 17x + 42 = 0$، هُما:

a) $1, 42$ b) $2, 21$
c) $3, 14$ d) $6, 7$

4 جذرا المُعادلةِ $2x^2 - x - 3 = 0$، هُما:

a) $-\frac{2}{3}, 1$ b) $\frac{2}{3}, -1$
c) $-\frac{3}{2}, 1$ d) $\frac{3}{2}, -1$

5 أيُّ المقاديرِ الجبريَّةِ الآتيةِ ليسَ مُرَبَّعًا كاملًا؟

a) $x^2 - 26x + 169$
b) $x^2 + 32x + 256$
c) $x^2 + 30x - 225$
d) $x^2 - 44x + 484$

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةَ بيانيًّا:

6 $-x^2 + 7x - 12 = 0$

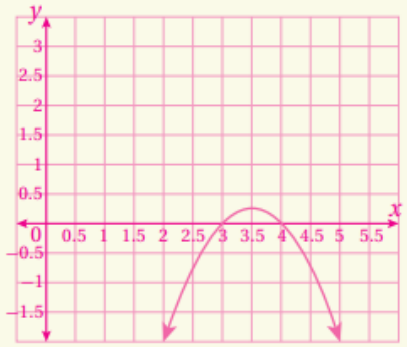
7 $x^2 - 8x + 16 = 0$

8 $-x^2 - 6x = 9$

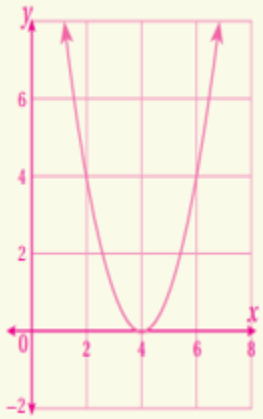
9 $3x^2 - 27 = 0$

10 $x^2 + 6x = -8$

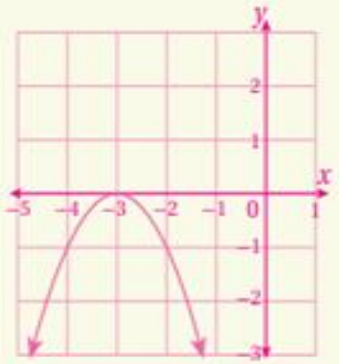
6) للمعادلة جذران، هما: 3, 4



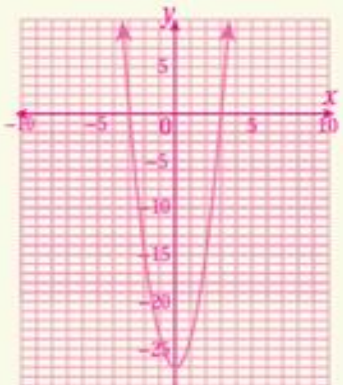
7) للمعادلة جذر واحد، هو: 4



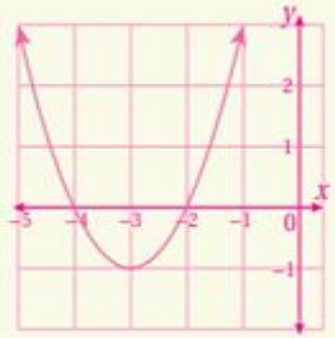
8) للمعادلة جذر واحد، هو -3



9) للمعادلة جذران، هما: ± 3



10) للمعادلة جذران، هما: $-2, -4$



أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةَ:

11) $x^2 - 3x - 10 = 0$ $x = -2, x = 5$

12) $x^2 - 8x + 15 = 0$ $x = 3, x = 5$

13) $m^2 + 10m + 25 = 0$ $m = -5$

14) $25t^2 - 49 = 0$ $t = \pm \frac{7}{5}$

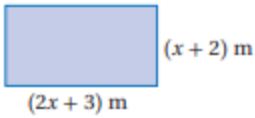
15) $12x^2 - 16x - 35 = 0$ $x = -\frac{7}{6}, x = \frac{5}{2}$

16) $10x^2 - x = 2$ $x = -\frac{2}{5}, x = \frac{1}{2}$

17) $25x^2 = 10 - 45x$ $x = \frac{1}{5}, x = -2$

18) يمثّلُ الاقترانُ $h(t) = -16t^2 + 8t$ ارتفاعَ جُندُبٍ بالقدمِ بعدَ t ثانيةً مِنْ قفزِهِ. بعدَ كمْ ثانيةً يصلُ إلى ارتفاعِ 1 ft عَنْ سطحِ الأرضِ؟ $t = \frac{1}{4}$

19) يبيّنُ الشكلُ الآتي مستطيلًا مِساحتُهُ $91\ m^2$. أجِدُ أبعادَهُ. الطول 13 m، العرض 7 m



أحلّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

20) $2x^2 + 13x + 20$ $(2x+5)(x+4)$

21) $7y^2 + 16y - 15$ $(7y-5)(y+3)$

22) $2t^2 - t - 3$ $(2t-3)(t+1)$

23) $8y^2 - 10y - 3$ $(4y+1)(2y-3)$

24) $2q^2 - 11q - 21$ $(2q+3)(q-7)$

25) $10w^2 + 11w - 8$ $(5w+8)(2w-1)$

26) يمثّلُ الاقترانُ $h(t) = -5t^2 + 30t$ ارتفاعَ صاروخِ ألعابٍ ناريّةٍ بالأمتارِ بعدَ t ثانيةً مِنْ إطلاقِهِ. بعدَ كمْ ثانيةً مِنْ إطلاقِهِ يصلُ الصاروخُ إلى الأرضِ؟ $t = 6$

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بإكمالِ المُرَبَّعِ، تاركًا الإجابةَ بدلالةِ الجذرِ التربيعيِّ:

27) $x^2 + 6x + 7 = 0$ $x = -3 \pm \sqrt{2}$

28) $x^2 - 3x - 1 = 0$ $x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$

29) $x^2 - 9x + 10 = 0$ $x = \frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{41}}{2}$

30) $x^2 - 2x - 7 = 0$ $x = 1 \pm 2\sqrt{2}$

31) فِناءٌ: فِناءُ منزلٍ على شكلِ مُستطيلٍ يزيدُ طولُهُ على عرضِهِ بمقدارِ 6 m، ومِساحتُهُ $216\ m^2$. أَجِدُ أبعادَهُ، باستعمالِ إكمالِ المُرَبَّعِ. الطول 18، العرض 12

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةَ بإكمالِ المُرَبَّعِ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرةٍ (إنْ لَزِمَ):

32) $x^2 - 10x = 24$ $x = -2, x = 12$

33) $x^2 + x - 1 = 0$ $x \approx 0.6, x \approx -1.6$

34) $2x^2 + 20x - 10 = 0$ $x \approx 0.5, x \approx -10.5$

35) $3x^2 - 6x - 9 = 0$ $x = 3, x = -1$

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيــةَ بالقانونِ العامِّ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لَزِمَ):

36 $5x^2+2x-1=0$

$x \approx 0.3, x \approx -0.7$

37 $7x^2+12x=-2$

$x \approx -0.2, x \approx -1.5$

38 $3x^2+11x=-9$

$x \approx -1.2, x \approx -2.4$

أحلُّ كلَّ مُعادلةٍ ممّا يأتي باســتعمالِ أيِّ طريقةٍ، وأبرّرُ سببَ اختيارِ الطريقةِ:

39 $2x^2+7x=0$

40 $4x^2+8x-5=0$

41 $x^2-2x=5$

46 أيُّ قِيَمِ c الآتيةِ تجعلُ المُعادلةَ $5x^2+c=10$ دونَ حلٍّ؟

a) 12 b) 5 c) 9 d) 1

47 أيٌّ ممّا يأتي يُعَدُّ عاملًا لثُلاثِيِّ الحُدودِ $13x^2+32x-21$؟

a) $13x+3$ b) $13x+7$

c) $13x+21$ d) $13x-7$

48 أيٌّ ممّا يأتــي يجعلُ المقــدارَ x^2+14x عندَ إضافَتِهِ مُرَبَّعًا كاملًا؟

a) 7 b) 49 c) 14 d) 196

49 عددُ الحُلولِ الحقيقيَّةِ للمُعادلةِ $x^2+7x=-11$، هُوَ:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

39) أحلها باستعمال طريقة التحليل إلى العوامل؛ لأن الحد الثابت يساوي صفرًا.

جذرا المعادلة هما: $0, -\frac{7}{2}$

40) أحلها باستعمال طريقة التحليل إلى العوامل؛ لسهولة تحليل الطرف الأيسر.

جذرا المعادلة هما: $\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$

41) أحلها باستعمال طريقة إكمال مربع؛ لأن معامل x^2 يساوي 1، ومعامل x زوجي.

جذرا المعادلة هما: $1 \pm \sqrt{6}$

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةَ:

42 $3x^4=27x^2$

$x=0, x=\pm 3$

43 $x^3+x^2=4x+4$

$x=-1, x=\pm 2$

44 $2x^3+3x^2=8x+12$

$x=-\frac{3}{2}, \pm 2$

45 $x^4+3x^2-10=0$

$x=\pm\sqrt{2}$

انتهت الأسئلة

أمنياتي لكن بالتوفيق المعلمة : منار المناصير