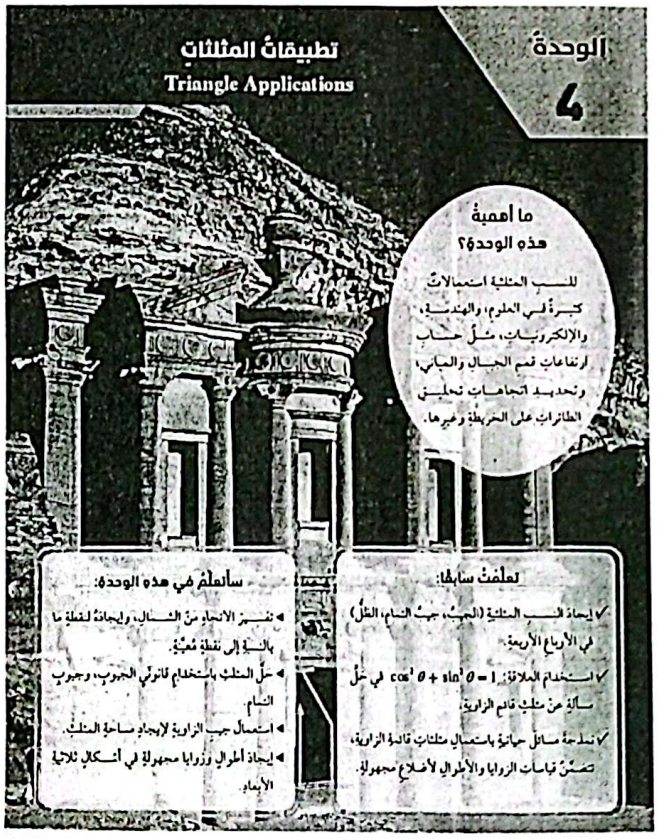
مدارس الكلية العلمية الإسلامية

المبحث: الرياضيات

الصف: العاشر

ملزمة أوراق العمل المعتمدة للوحدة الرابعة

اسم الطالب: الاجابات النموذجية الشعبة:



المستوى الثاني بكالوريا samstammer

مدارس الكلية العلمية الإسلامية	ورقة عمل رقم (1) المبحث: الرياضيات الصف: العاشر	8 الجبيهة / جبل عمان

اليوم/ التاريخ : ..... / / 2025 | الدرس : قانون الجيوب

النتاجات التعليمية المتوقعة: يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل ذلك: أن يكون قادرًا على أن يستعمال قانون الجيوب لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث، عند فيه معلومات عن زاوية مقابلة لأحدهما، أو زوجان وضلع.

يوجدُ في أيِّ مثلثٍ ستةُ قياساتٍ، هيَ: ثلاثةُ أضلاعٍ، وثلاثُ زوايا. وإيجادُ هذهِ القياساتِ يُعرَفُ باسمِ حَلِّ المثلثِ (solving a triangle)؛ إذْ تساعدُ قياساتُ الزوايا على حَلِّ المثلثاتِ في حالٍ كانَتْ بعضُ قياساتِها معروفةً، وذلك باستعمالِ نسبةِ الجيبِ لإيجادِ علاقاتٍ بينَ أطوالِ الأضلاعِ.

رموز رياضية

تشير الأحرف الكبيرة A, B, C إلى رؤوس المثلث وزواياه، في حين تشير الصغيرة منها a, b, c إلى أطوال الأضلاع مثلًا، طول الضلع المقابل للزاوية A يشار إليه بالحرف a وهكذا

قانونُ الجيوبِ (law of sines).

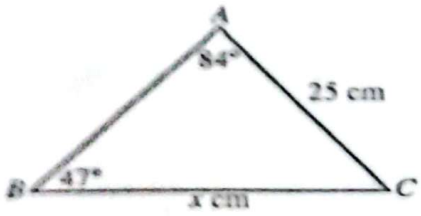
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

توجدُ صيغةٌ أُخرى لقانونِ الجيوبِ هيَ:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

مثال 1

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ ABC.



قانونُ الجيوبِ

$$\frac{x}{\sin 84^\circ} = \frac{25}{\sin 47^\circ}$$

بضربِ الطرفيْنِ في $\sin 84^\circ$

$$x = \frac{25 \sin 84^\circ}{\sin 47^\circ}$$

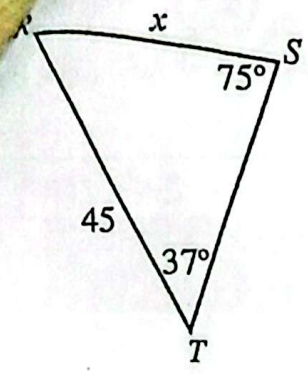
باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$$\approx 34 \text{ cm}$$

المنسوخة محمية بـ camscanner

أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST المُبيَّنِ جانبًا.



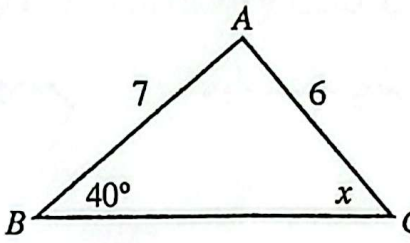
$\frac{x}{\sin 37^\circ} = \frac{45}{\sin 75}$

$x = \frac{45}{\sin 75^\circ} * \sin 37^\circ$

$x \simeq 28$ وحدة طول

مثال 2

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ ABC.



قانونُ الجيوبِ $\frac{\sin x}{7} = \frac{\sin 40^\circ}{6}$

بضربِ الطرفيْنِ في 7 $\sin x = \frac{7 \sin 40^\circ}{6}$

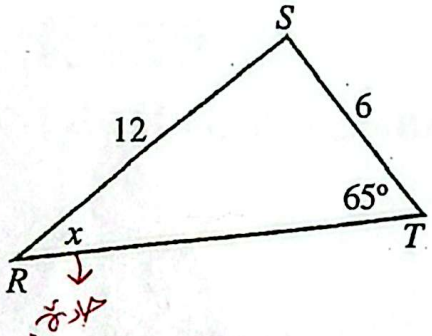
≈ 0.7499

معكوسُ الجيبِ $x = \sin^{-1}(0.7499)$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ $\approx 48.6^\circ$

أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST.



زاوية حادة

$\frac{\sin x}{6} = \frac{\sin 65^\circ}{12}$

$\sin x = \frac{\sin 65^\circ}{12} * 6 \Rightarrow \sin x = 0.453153893$ Ans.

$\theta = \sin^{-1}(\text{Ans}) \simeq 27^\circ$

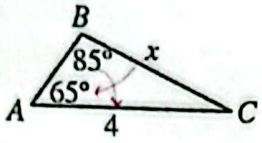
∴ بما أن الزاوية في الربع حادة $x = 27^\circ$

* لو كانت منفرجة كان اخترنا الزاوية في الربع الثاني $x = 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ$

(7.5)

أتدرب وأحل المسائل

أَجِدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

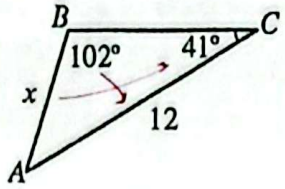
1


$$\frac{x}{\sin 65^\circ} = \frac{4}{\sin 85^\circ}$$

$$x = \frac{4 \sin 65^\circ}{\sin 85^\circ}$$

$$x \simeq 3.6$$

وحدة طول

2


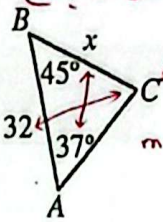
$$\frac{x}{\sin 41^\circ} = \frac{12}{\sin 102^\circ}$$

$$x = \frac{12 \sin 41^\circ}{\sin 102^\circ}$$

$$x \simeq 8$$

وحدة طول

3 هش مرتاب من متوقع



زوايا Δ منقدر فيها A

$m\angle C = 180 - (37^\circ + 45^\circ)$

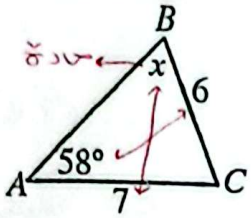
$= 98^\circ$

$$\frac{x}{\sin 37^\circ} = \frac{32}{\sin 98^\circ}$$

$$x = \frac{32 \sin 37^\circ}{\sin 98^\circ}$$

$$x \simeq 19$$

وحدة طول

4


$$\frac{\sin x}{7} = \frac{\sin 58^\circ}{6}$$

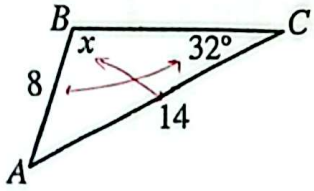
$$\sin x = \frac{7 \sin 58^\circ}{6}$$

$$\sin x \overset{\text{Ans}}{=} 0.989389445$$

$$\theta' = \sin^{-1}(\text{Ans}) \simeq 82^\circ$$

من لكل زاوية حادة

$$x = \theta' = 82^\circ \quad \therefore$$

5


$$\frac{\sin x}{14} = \frac{\sin 32^\circ}{8}$$

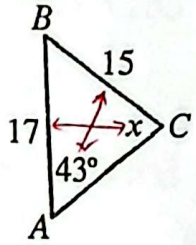
$$\sin x = \frac{14 \sin 32^\circ}{8}$$

$$\sin x \overset{\text{Ans}}{=} 0.927358712$$

$$\theta' = \sin^{-1}(\text{Ans}) \simeq 68^\circ$$

من لكل زاوية منفرجة

$$x = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

6


$$\frac{\sin x}{17} = \frac{\sin 43^\circ}{15}$$

$$\sin x = \frac{17 \sin 43^\circ}{15}$$

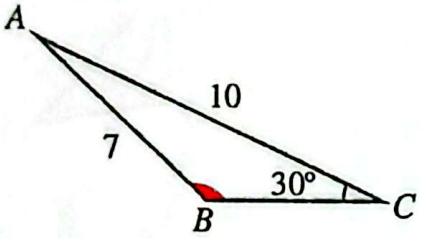
$$\sin x = [0.772931474] \quad \text{Ans}$$

$$\theta' = \sin^{-1}(\text{Ans}) \simeq 51^\circ$$

من لكل زاوية حادة

$$x = \theta' = 51^\circ$$

7 أَجِدُ قياسَ الزاويةِ المنفرجةِ CBA في الشكلِ المجاورِ.



$$\frac{\sin B}{10} = \frac{\sin 30^\circ}{7}$$

$$\sin B = \frac{\sin 30^\circ}{7} * 10 \overset{\text{Ans.}}{=} 0.714285714 \Rightarrow \theta' = \sin^{-1}(\text{Ans}) \simeq 46^\circ$$

من لكل زاوية منفرجة ∴ موجودة في ربع إضافي

$$B = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$$

المستوى الثاني

مدارس الكلية العلمية الاسلامية	ورقة عمل رقم (2) المبحث: الرياضيات الصف: العاشر	الجبيهة / جبل عمان

اليوم/ التاريخ : ..... / / 2025 | الدرس : قانون جيوب التمام

النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
استعمال قانون جيوب التمام لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث

قانونَ جيوبِ التمام (Law of Cosines)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \qquad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B \qquad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

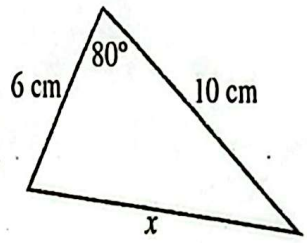
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \qquad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

يُستخدم في الحالات الآتية:

1. ضلعانِ وزاويةٌ محصورةٌ بينَهُما (SAS).
2. ثلاثةُ أضلاعٍ (SSS).

مثال 1

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ المجاورِ.



قانونُ جيوبِ التمامِ

$x^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10\cos 80°$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$x^2 = 115.16$

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفيْنِ

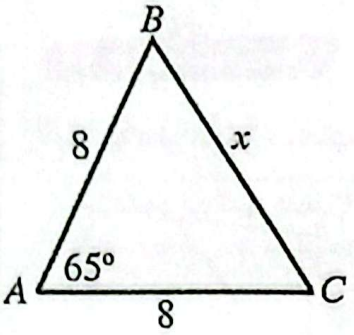
$x = \pm\sqrt{115.16}$

باستعمال الآلة الحاسبة

$x = \pm 10.7\text{ cm}$

إذن، $x = 10.7$؛ لأن قيمةَ x لا يمكنُ أن تكونَ سالبةً.

أتحقق من فهمي



أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ المجاورِ.

$x^2 = 8^2 + 8^2 - 2(8)(8)\cos 65^\circ$

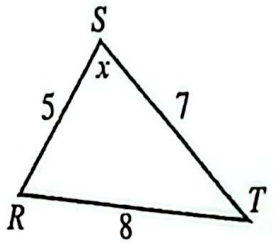
$x^2 = (73.90486625)$ Ans

$x = \pm\sqrt{\text{Ans}}$ ← نرفض الطول

$x \simeq 8.6$ وحدة طول

مثال 2

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST المجاورِ.



قانونُ جيوبِ التمامِ

$8^2 = 5^2 + 7^2 - 2\times5\times7\cos x$

بكتابةِ $\cos x$ موضوعِ القانونِ

$\cos x = \dfrac{5^2+7^2-8^2}{2\times5\times7}$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$\cos x = 0.1428$

معكوسُ جيبِ التمامِ

$x = 81.8^\circ$

أتحقق من فهمي

في المثلّثِ ABC، إذا كانَ $AB = 16, BC = 12, AC = 20$ فأُثبتُ أنَّ الزاويةَ B قائمةٌ.

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 - 2(AB)(BC)\cos B$.

$(20)^2 = (16)^2 + (12)^2 - 2(16)(12)\cos B$

$400 = 256 + 144 - 384\cos B$

$400 = 400 - 384\cos B$

$-400 \quad -400$

$0 = -384\cos B$

$\cos B = \dfrac{0}{-384} = 0$

الزاوية التي $\cos = 0$ هي 90° ∴ المثلث قائم في B

وعليه 270 كان $\cos = 0$

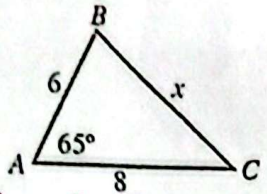
بس مافي مثلث أحد زواياه 270

وأصلاً مجموع زوايا المثلث كلهم 180° !!!! .

أتدرب وأحل المسائل

أجِدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1



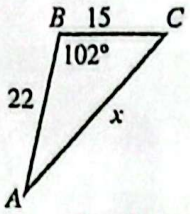
$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2(6)(8)\cos 65$

$x^2 = 59.42864687$

$x = \pm\sqrt{Ans}$ لم نقبل السالب

$x \approx 7.7$

2



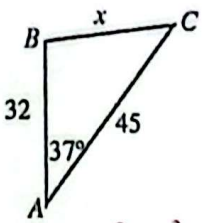
$x^2 = 15^2 + 22^2 - 2(15)(22)\cos 102$

$x^2 = 846.2217159$

$x = \pm\sqrt{Ans}$ لم نقبل السالب

$x \approx 29$

3



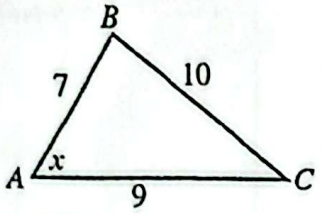
$x^2 = 45^2 + 32^2 - 2(32)(45)\cos 37$

$x^2 = 748.9297311$

$x = \pm\sqrt{Ans}$ لم نقبل السالب

$x \approx 27.4$

4



$10^2 = 7^2 + 9^2 - 2(7)(9)\cos x$

$-30 = -126\cos x$

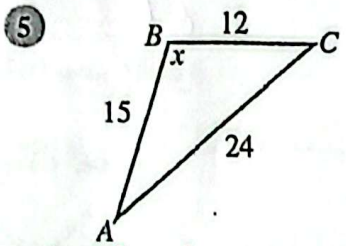
$\cos x = \frac{30}{126} = \frac{5}{21}$ موجبة ⊕

$\theta' = \cos^{-1}(30 \div 126)$

$\theta' \simeq 76$

$\boxed{x \simeq 76^\circ}$

5



$24^2 = 12^2 + 15^2 - 2(15)(12)\cos x$

$576 = 144 + 225 - 360\cos x$

$576 = 369 - 360\cos x$

$207 = -360\cos x$

$\cos x = \frac{207}{-360} = -0.575$ سالبة

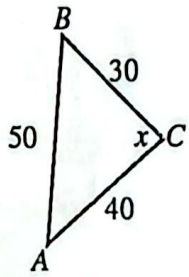
∴ الزاوية منفرجة

$\theta' \simeq 55^\circ$

لكن حسب الرسم وحسب استنارة بـ cos فإن الزاوية منفرجة ربع ثاني

$x = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

6



$50^2 = 40^2 + 30^2 - 2(40)(30)\cos x$

$2500 = 2500 - 2400\cos x$

$0 = -2400\cos x$

$\cos x = 0$

∴ الزاوية قائمة

$x = 90^\circ$

* وممكن يفكر إنو كان $\cos x = 0$ عند 270° فإنو مستحيل تكون إحدى زوايا المثلث 270°.

* وممكن يفكر يروح على ربع ثالث لأنو احنا هون بنشتغل على زوايا مثلث 180° و $< 180^\circ$

الملزمة حلول بـ Mustafa

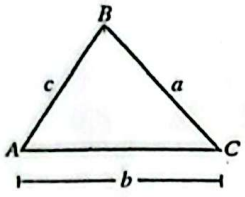
مدارس الكلية العلمية الاسلامية	ورقة عمل رقم (3) المبحث: الرياضيات الصف: العاشر	الجبيهة / جبل عمان
اليوم/ التاريخ : ..... / / 2025	الدرس : استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ	

النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
إيجاد مساحة مثلث عُلم فيه طولا ضلعين، وقياس الزاوية المحصورة بينهما

تعلَّمْتُ سابقًا كيفيةَ حسابِ مساحةِ المثلثِ بضربِ نصفِ طولِ قاعدتِهِ في ارتفاعِهِ، غيرَ أنَّهُ يتعذَّرُ استعمالُ هذهِ الطريقةِ إذا كانَ الارتفاعُ مجهولًا؛ لذا يُمكِنُ استخدامُ النسبِ المثلثيةِ في إيجادِ قانونٍ آخرَ لحسابِ مساحةِ المثلثِ باستعمالِ أطوالِ أضلاعِهِ وقياساتِ زواياهُ.

مساحةُ المثلثِ

مفهومٌ أساسيٌّ

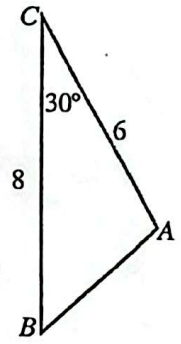


مساحةُ المثلثِ تساوي نصفَ ناتجِ ضربِ طولَيْ أيِّ ضلعيْنِ فيهِ مضروبًا في جيبِ الزاويةِ المحصورةِ بينَهُما:

$$K=\frac{1}{2}bc\sin A \qquad K=\frac{1}{2}ac\sin B \qquad K=\frac{1}{2}ab\sin C$$

مثال 1

أَجِدُ مساحةَ المثلثِ ABC بالوحداتِ المربعةِ في الشكلِ المجاورِ.



قانونُ مساحةِ المثلثِ $K=\frac{1}{2}ab\sin C$

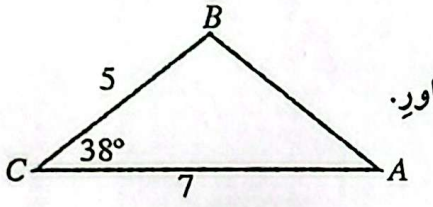
بالتعويضِ $=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 30°$

$=12$

إذنْ، مساحةُ المثلثِ 12 وحدةً مربعةً.

أتحقق من فهمي

أَجِدُ مساحةَ المثلثِ بالوحداتِ المربعةِ في الشكلِ المجاورِ.



مساحة $=\frac{1}{2}(5)(7)\sin 38°$

≈ 10.8

وحدة مربعة

أَجِدُ مساحةَ كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1 المثلثُ ABC الذي فيهِ $BC = 7$ cm، وَ $AC = 8$ cm، وقياسُ الزاويةِ ACB فيهِ $59°$.

$K_{\text{مساحة}} = \frac{1}{2}(8)(7)\sin 59° \approx 24$ cm² وحدة مساحة

2 المثلثُ ABC الذي قياسُ الزاويةِ BAC فيهِ $85°$، وَ $AC = 6.7$ cm، وَ $AB = 8$ cm.

$K_{\text{مساحة}} = \frac{1}{2}(8)(6.7)\sin 85° \approx 26.7$ cm² وحدة مساحة

3 المثلثُ PQR الذي فيهِ $QR = 27$ cm، وَ $PR = 19$ cm، وقياسُ الزاويةِ QRP فيهِ $109°$.

$K_{\text{مساحة}} = \frac{1}{2}(19)(27)\sin 109° \approx 243$ cm² وحدة مساحة

4 المثلثُ XYZ الذي فيهِ $XY = 231$ cm، وَ $XZ = 191$ cm، وقياسُ الزاويةِ YXZ فيهِ $73°$.

$K_{\text{مساحة}} = \frac{1}{2}(191)(231)\sin 73°$

≈ 21096.6 cm²