

	ورقة عمل رقم (2) المبحث : الفيزياء الصف : العاشر	 مدارس الكلية العلمية الإسلامية جبل عمان / الجبيلة
الشعبة : ()	الوحدة الأولى : المتجهات	اسم الطالب :
الدرس الثاني : جمع المتجهات	اليوم / التاريخ : / / 2025	

أولاً : جمع المتجهات

- جمع الكميات المتجهة: جمع متجهي للكميات المتجهة، يُراعى فيه المقدار والاتجاه، وهو ليس جمعاً جبرياً.
- متجه المحصلة: متجه ناتج من الجمع المتجهي لمتجهات عدّة، ويرمز إليه بالرمز (R) .

ملاحظات :

1. عند جمع الكميات الفيزيائية القياسية يجب أن تكون من النوع نفسه، فمثلاً $(2\text{kg} + 3\text{kg} = 5\text{kg})$ ولا يجوز جمع $(3\text{m}^3 + 2\text{kg})$.
2. عند جمع الكميات الفيزيائية المتجهة يجب أن تكون من النوع نفسه، فمثلاً: إذا جمعنا متجهات للسرعة فإنّ متجه المحصلة يكون متجه سرعة.
3. يجب تحديد الزاوية بين الكميات المتجهة في حالة إيجاد المحصلة :
 - إذا كان المتجهان بنفس الاتجاه، فإنّ المحصلة مجموعهما وباتجاههما.
 - إذا كان المتجهان باتجاهين متعاكسين، فإنّ المحصلة الفرق بينهما وباتجاه الأكبر.
 - إذا كان المتجهان متعامدان $(\theta = 90^\circ)$ ، فإننا نجد المحصلة باستخدام فيثاغورس.
 - إذا كان هناك زاوية بين المتجهين ولا تساوي (90°) ، فإننا نجد المحصلة باستخدام تحليل المتجهات.

المثال 9

لا يمكن جمعها

مزلاج كتلته $m_1 = 70\text{ kg}$ ، وضع فوقه صندوق بحجمه 1 m^3 وكتلته $m_2 = 80\text{ kg}$. سحب المزلاج بقوة مقدارها $F_1 = 400\text{ N}$ باتجاه الشرق، وأثّرت فيه قوة أخرى $F_2 = 100\text{ N}$ باتجاه الغرب، فتحرك بسارع مقدار $a = 2\text{ m/s}^2$.

أ. أأخذ الكميات القياسية التي يمكن جمعها معاً، ثم أجد ناتج الجمع. $m_1 + m_2 = 150\text{ kg}$

ب. أأخذ الكميات المتجهة التي يمكن جمعها معاً، ثم أعبّر عن ناتج الجمع (المحصلة) بالرموز.

متعاكستين نطرح والاتجاه للأكبر : $F_1 + F_2$

شرقاً $F_1 + F_2 = 300\text{ N}$



ورقة عمل (2)

المبحث : الفيزياء
الصف : العاشر



مدارس التقنية العلمية الإسلامية
جبل عمان / الجبيلة

الاسم الطالب :

الوحدة : المتجهات

الشيعة : ()

الدرس : جمع المتجهات وطرحها

اليوم / التاريخ : 2025 / /

تحليل المتجهات وإيجاد المحصلة رياضياً

تعلمت سابقاً كيفية إيجاد محصلة المتجهات بيانياً بالرسم والآن سنبدأ بإيجاد المحصلة رياضياً (بالتحليل).

أي متجه (A) مثلاً ينتج من مساهمة متجهين متعامدين، أحدهما على محور السينات (A_x) (المركبة الأفقية) والآخر على محور الصادات (A_y) (المركبة العمودية). ويتم حساب المركبة الأفقية والعمودية للمتجه باستخدام العلاقتين:

$$A_x = A \cos \theta, \quad A_y = A \sin \theta$$

حيث: A_x : مقدار المركبة السينية أو الأفقية

A_y : مقدار المركبة الصادية أو العمودية

A: مقدار المتجه

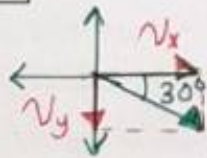
θ : الزاوية بين محور السينات الموجب أو السالب والمتجه (A)

تسمى عملية إيجاد المركبة الأفقية (A_x) والمركبة العمودية (A_y) بعملية تحليل المتجه

تذكر الأرباع الأربعة من حيث إشارات (x, y)

(A_x, A_y) (-, +)	(A_x, A_y) (+, +)
(A_x, A_y) (-, -)	(A_x, A_y) (+, -)

سؤال (1): ما هي المركبة العمودية لرياح تهب بسرعة (v) 15m/s، 30 جنوب الشرق.

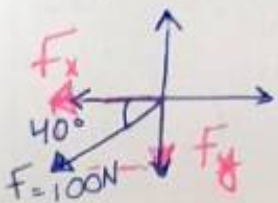


$$v_y = v \sin \theta$$

$$y^- = -15 \sin 30$$

$$= -7.5 \text{ m/s}$$

سؤال (2): جدي المركبة السينية (الأفقية) والصادية (العمودية) لمتجه القوة (40 جنوب الغرب، $F = 100\text{N}$).



$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$

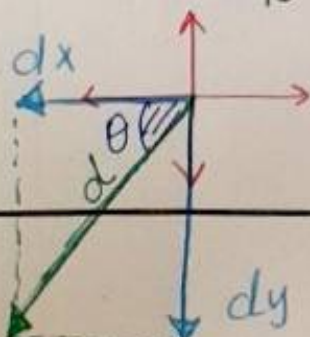
$$x^- = -100 \cos 40$$

$$y^- = -100 \sin 40$$

$$= -76.6 \text{ N}$$

$$= -64.27 \text{ N}$$

سؤال (3): جدي التعبير الرياضي لمتجه الإزاحة (d) الذي مركبته العمودية (12) ومركبته الأفقية (5).



$$d = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{dy}{dx}$$

$$d^2 = dx^2 + dy^2$$

$$= 25 + 144 = 169$$

$$d = 13 \text{ m/s}$$

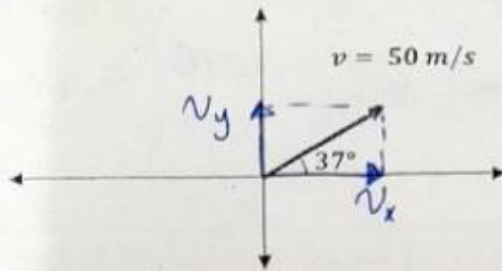
$$\theta = \tan^{-1} \frac{12}{5} = 67.38^\circ$$

جنوب الغرب

$$d = (13 \text{ m/s}, 67.38^\circ \text{ جنوب الغرب})$$

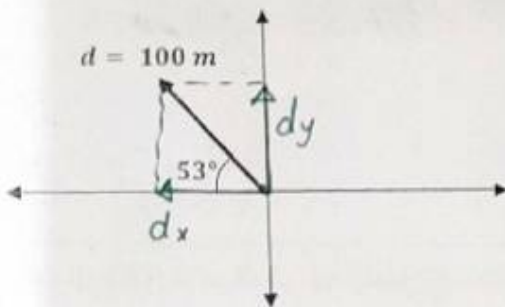
التحيز وأصل المسائل

سؤال (1): تتحرك مركبة بسرعة ($v = 50 \text{ m/s}$)، واتجاهها كما في الشكل المجاور، جد مقدار المركبتين الأفقية والعمودية للسرعة، ثم حدد اتجاه كل منها.



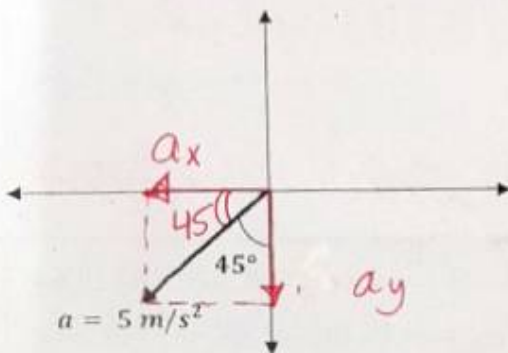
$$\begin{aligned} v_x &= v \cos \theta \\ &= 50 \cos 37 \\ &= 50 \times 0.8 = 40 \text{ m/s} \\ v_y &= v \sin \theta \\ &= 50 \sin 37 \\ &= 50 \times 0.6 = 30 \text{ m/s} \end{aligned}$$

سؤال (2): تتحرك دراجة إزاحة مقدارها ($d = 100 \text{ m}$)، واتجاهها كما في الشكل المجاور، جد مقدار المركبتين الأفقية والعمودية للإزاحة، ثم حدد اتجاه كل منها.



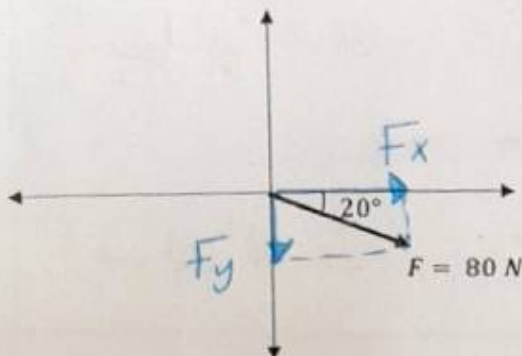
$$\begin{aligned} d_x &= d \cos \theta \\ &= -100 \cos 53 \\ &= -60 \text{ m} \\ d_y &= d \sin \theta \\ &= 100 \sin 53 \\ &= 80 \text{ m} \end{aligned}$$

سؤال (3): تتحرك مركبة بتسارع ثابت ($a = 5 \text{ m/s}^2$)، واتجاهها كما في الشكل المجاور، جد مقدار المركبتين الأفقية والعمودية للتسارع، ثم حدد اتجاه كل منها.



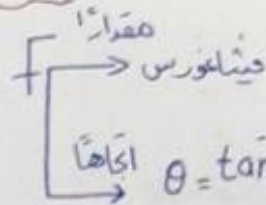
$$\begin{aligned} a_x &= a \cos \theta \\ &= -5 \cos 45 \\ &= -5 \times 0.7 = -3.5 \text{ m/s}^2 \\ a_y &= a \sin \theta \\ &= -5 \sin 45 = -3.5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

سؤال (4): تؤثر قوة مقدارها ($F = 80 \text{ N}$) في جسم، واتجاهها كما في الشكل المجاور، جد مقدار المركبتين الأفقية والعمودية للقوة، ثم حدد اتجاه كل منها.



$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ &= 80 \cos 20 \\ &= 75.17 \text{ N} \\ F_y &= F \sin \theta \\ &= -80 \sin 20 \\ &= -27.36 \text{ N} \end{aligned}$$

سؤال (5): أثرت قوة (F) في جسم ، وكانت المركبة الأفقية للقوة ($F_x = 36 \text{ N}$) والمركبة العمودية لها ($F_y = 64 \text{ N}$)، جد مقدار القوة (F)، واتجاهها.



$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$= 1296 + 4096$$

$$= 5392$$

$$F = 73.43 \text{ N}$$

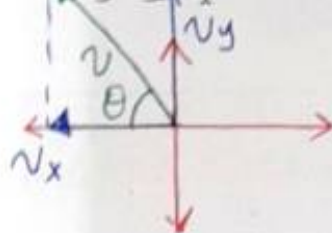
$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{64}{36}$$

$$\theta = 60.64^\circ$$

مقداراً
اتجاهاً

سؤال (6): أطلق جسم بسرعة (v)، وكانت المركبة الأفقية للسرعة ($v_x = -9 \text{ m/s}$) والمركبة العمودية لها ($v_y = 12 \text{ m/s}$)، جد مقدار السرعة (v)، واتجاهها.



$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$= 81 + 144$$

$$= 225$$

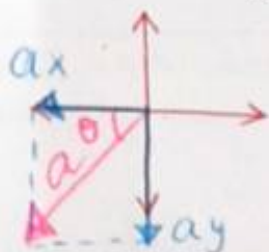
$$v = 15 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{12}{-9} \right)$$

$$= 67.38^\circ \text{ شمال الغرب}$$

$$v = (15 \text{ m/s}, 67.38^\circ \text{ شمال الغرب})$$

سؤال (7): تتحرك مركبة بتسارع ثابت (a)، وكانت المركبة الأفقية للتسارع ($a_x = -3 \text{ m/s}^2$) والمركبة العمودية لها ($a_y = -4 \text{ m/s}^2$)، جد مقدار التسارع (a)، واتجاهه.



$$a^2 = a_x^2 + a_y^2$$

$$= 9 + 16$$

$$= 25$$

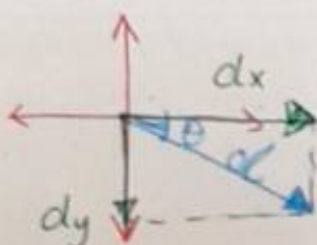
$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-4}{-3} \right)$$

$$= 53.13^\circ \text{ جنوب الغرب}$$

$$a = (5 \text{ m/s}^2, 53.13^\circ \text{ جنوب الغرب})$$

سؤال (8): تتحرك دراجة فتقطع ازاحة مقدارها (d)، وكانت المركبة الأفقية للازاحة ($d_x = 20 \text{ m}$) والمركبة العمودية لها ($d_y = -15 \text{ m}$)، جد مقدار الازاحة (d)، واتجاهها.



$$d^2 = d_x^2 + d_y^2$$

$$= 400 + 225$$

$$= 625$$

$$d = 25 \text{ m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{15}{20}$$

$$= 36.86^\circ \text{ جنوب الشرق}$$

$$d = (25 \text{ m}, 36.86^\circ \text{ جنوب الشرق})$$

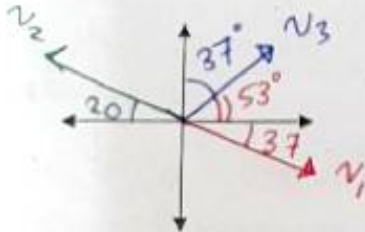
طريقة التحليل في إيجاد محصلة متجهين أو أكثر:

في هذه الطريقة نقوم بتطبيق خطوات محددة كالتالي:

سؤال (1): لديك متجهات السرعة الثلاث التالية، استخدم طريقة التحليل في إيجاد محصلة السرعة.

$v_1 = 25 \text{ m/s}$, جنوب الشرق 37° , $v_2 = 15 \text{ m/s}$, شمال الغرب 20° , $v_3 = 10 \text{ m/s}$, شمال 37°

الخطوة الأولى: نرسم المتجهات الثلاث بياناً



الخطوة الثانية: نحال كل متجه من المتجهات السابقة إلى مركبتيه الأفقية والعمودية.

$$\begin{aligned} v_{1x} &= v_1 \cos \theta \\ &= 25 \times 0.8 \\ &= 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{1y} &= v_1 \sin \theta \\ &= 25 \times 0.6 \\ &= -15 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{3x} &= v_3 \cos \theta \\ &= 10 \cos 37^\circ \\ &= 8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

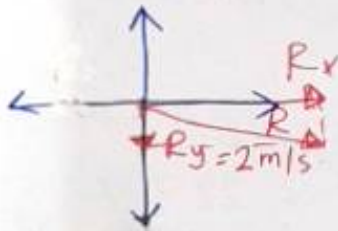
$$\begin{aligned} v_{3y} &= v_3 \sin 37^\circ \\ &= 10 \times 0.6 \\ &= 6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{2x} &= v_2 \cos 20^\circ \\ &= 15 \times \cos 20^\circ \\ &= 14.09 \text{ m/s} \\ &\approx 14 \text{ m/s} \\ v_{2y} &= v_2 \sin 20^\circ \\ &= 5.13 \text{ m/s} \\ &\approx 5 \end{aligned}$$

الخطوة الثالثة: نجد كلاً من المحصلة السينية (جمع المركبات السينية للمتجهات) (R_x) و المحصلة الصادية (R_y).

حيث: $R_x = v_{1x} + v_{2x} + v_{3x}$

$$\begin{aligned} R_x &= 20 + 14 + 8 \\ &= 42 \text{ m/s} \end{aligned}$$



$R_y = v_{1y} + v_{2y} + v_{3y}$

$$\begin{aligned} R_y &= -15 + 5 + 6 \\ &= -4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

الخطوة الرابعة: نجد مقدار المتجه المحصل (R) باستخدام نظرية فيثاغورس.

$$\begin{aligned} R^2 &= 42^2 + (-4)^2 \\ &= 1764 + 16 \\ &= 1780 \end{aligned}$$

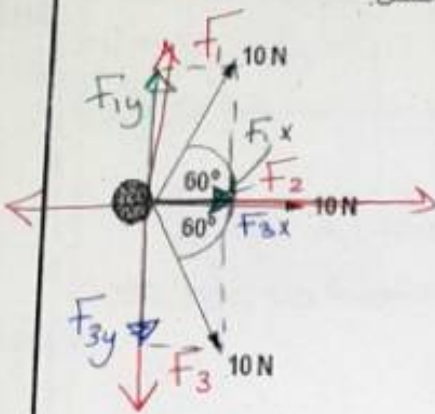
$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R = \sqrt{1780} \approx 42.16 \text{ m/s}$$

الخطوة الخامسة: نجد اتجاه المتجه المحصل باستخدام ($\tan \alpha$) حيث: α الزاوية للمتجه المحصل

$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} \\ &= \tan^{-1} \frac{-4}{42} \\ &= 9.46^\circ \text{ جنوب الشرق} \end{aligned}$$

سؤال (2): جدي القوة المحصلة المؤثرة على جسم إذا أثرت عليه ثلاث قوى كما هو موضح في الشكل.



$$F_{1x} = F_1 \cos 60$$

$$= 10 \times 0.5$$

$$F_{1x} = 5 \text{ N}$$

$$F_{2x} = 10 \text{ N}$$

$$F_{3x} = 8.5 \text{ N}$$

$$R_x = 20 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 60 (\sin 60 = 0.866, \cos 60 = 0.5)$$

$$= 10 \times 0.866$$

$$F_{1y} = 8.66 \text{ N}$$

$$F_{2y} = 0 \text{ N}$$

$$F_{3y} = -8.66$$

$$R_y = 0$$



لأن $R_y = 0$ ، $20 \text{ N} = R = R_x$ ، شرفاً

سؤال (3): من خلال المعلومات على الشكل، جدي:

$$(\cos 60 = 0.5, \sin 60 = 0.87, \sin 45 = \cos 45 = 0.7)$$

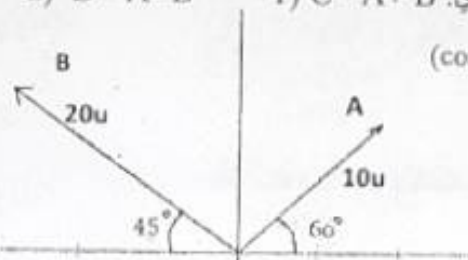
$$3) E = B - A$$

$$2) D = A - B$$

$$1) C = A + B$$

$$-14u = B_x \leftarrow B$$

$$14u = B_y \leftarrow B$$



الشكل 1

$$E = B - A$$

$$= B + (-A)$$

نعكس اتجاه A

$$E_x = -14 + -5$$

$$= -19$$

$$E_y = 14 + -8.7$$

$$= 5.3u$$



$$E^2 = E_x^2 + E_y^2$$

$$= 389.09$$

$$= 19.72u$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{19}{5.3}$$

$$D = A - B$$

$$= A + (-B)$$

نعكس اتجاه B

$$R_x = 5 + 14$$

$$= 19u$$

$$R_y = 8.7 + -14$$

$$= -5.3u$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

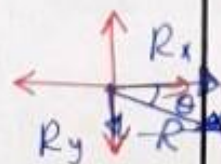
$$= 361 + 27.04$$

$$= 389.09$$

$$R = 19.72$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{5.3}{19}$$

$$= 15.58^\circ$$



$$C = A + B$$

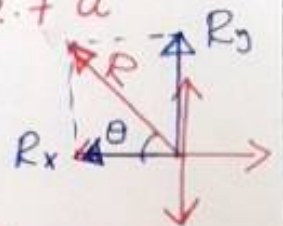
$$R_x = 5 + -14$$

$$= 5 - 14 = -9u$$

← x

$$R_y = 8.7 + 14$$

$$= 22.7u$$



$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$= 81 + 515.29$$

$$= 596.29$$

$$R = 24.4u$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{22.7}{9}$$

$$= 68.37^\circ$$

$$= 74.41^\circ$$

شمال الغرب

سؤال (4): إذا كانت لديك المركبات التالية لمنجهين. جدي: $Q = A - B$

$$A_x = 5u, A_y = 15u, B_x = 10u, B_y = 10u.$$

$$Q = A + (-B)$$

نقل اتجاه x ← ← نقل اتجاه y

في هذه الحالة لا نحتاج للتحليل لأن A و B تم تحليلهم مسبقاً
لذلك نجد Q_x و Q_y و (R_x) و (R_y)

$$Q_x = 5 + -10$$
$$= -5u$$

← x^-

$$Q_y = 15 + -10$$
$$= +5$$

← y^+



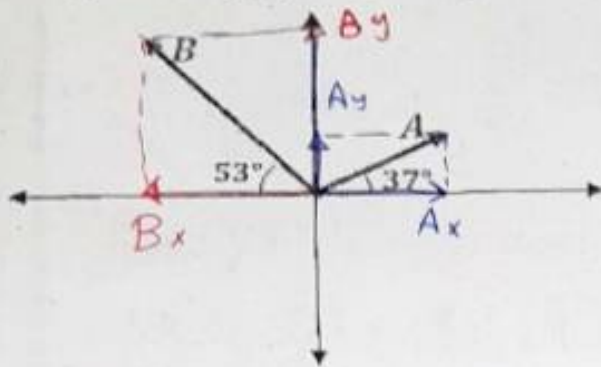
$$Q^2 = Q_x^2 + Q_y^2$$
$$= 25 + 25$$
$$= 50$$

$$Q = \sqrt{50} = 7u$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{5}{5}$$
$$= 45^\circ \text{ شمال الغرب}$$

$$Q = (7u, 45^\circ \text{ شمال الغرب})$$

سؤال (1): متجهان (A, B) ، قيمهما $(10\text{ u}, 20\text{ u})$ على الترتيب، كما في الشكل المجاور، جد مقدار المحصلة واتجاهها بالطريقة التحليلية.



$$A_x = A \cos 37^\circ$$

$$= 10 \times 0.8 = 8\text{ u}$$

$$A_y = 10 \sin 37^\circ$$

$$= 10 \times 0.6 = 6\text{ u}$$

$$B_x = B \cos 53^\circ$$

$$= 20 \times 0.6$$

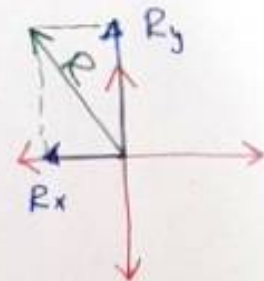
$$= 12\text{ u}$$

$$B_y = 20 \times 0.8$$

$$= 16\text{ u}$$

$$R_x = 8 + (-12) = -4\text{ u}$$

$$R_y = 6 + 16 = 22\text{ u}$$



$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$= 16 + 484$$

$$= 500$$

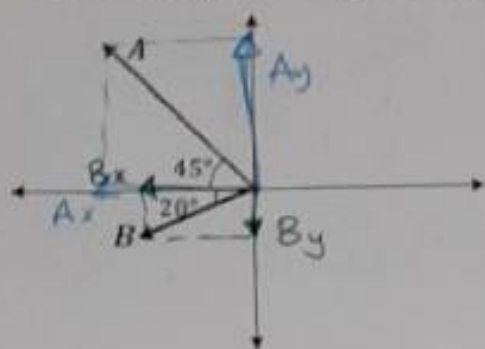
$$\approx 22.36\text{ u}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{22}{4}$$

$$= 79.69^\circ \text{ شمال الغرب}$$

$$R = (22.36\text{ u}, 79.69^\circ \text{ شمال الغرب})$$

سؤال (2): متجهان (A, B) ، قيمهما $(100\text{ u}, 50\text{ u})$ على الترتيب، كما في الشكل المجاور، جد مقدار المحصلة واتجاهها بالطريقة التحليلية.



$$A_x = 100 \cos 45^\circ$$

$$= -70\text{ u}$$

$$A_y = 100 \sin 45^\circ$$

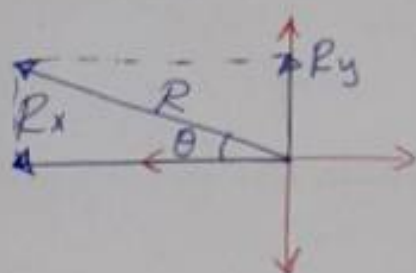
$$= 70\text{ u}$$

$$B_x = 50 \cos 20^\circ$$

$$\approx 47$$

$$B_y = 50 \sin 20^\circ$$

$$\approx 17$$



$$R_x = -70 + -47$$

$$= -117\text{ u}$$

$$R_y = 70 + -17$$

$$= 53\text{ u}$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$= 117^2 + 53^2$$

$$= 16498$$

$$R = 128.44\text{ u}$$

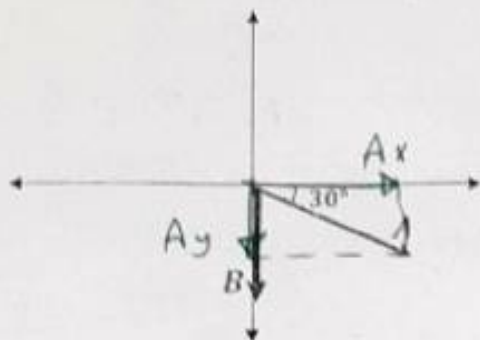
$$\theta = \tan^{-1} \frac{53}{117}$$

$$= 24.37^\circ$$

سؤال الغريب

$$R = (128.44, 24.37^\circ \text{ سؤال الغريب})$$

سؤال (3): متجهان (A, B) ، قيمتهما $(5u, 2u)$ على الترتيب، كما في الشكل المجاور، جد مقدار المحصلة واتجاهها بالطريقة التحليلية.



حل
 $A_x \leftarrow A$
 $A_y \leftarrow$

$$\begin{aligned} A_x &= A \cos 30 \\ &= 5 \times 0.866 \\ &= 4.33u \end{aligned}$$

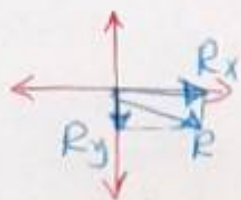
$$\begin{aligned} A_y &= A \sin 30 \\ &= 5 \times 0.5 \\ &= 2.5u \end{aligned}$$

$$B_x = 0u$$

$$B_y = 2u$$

$$R_x = 4.33 + 0 = 4.33u$$

$$R_y = -2.5 + 2 = -0.5u$$



$$\begin{aligned} R^2 &= R_x^2 + R_y^2 \\ &= 4.33^2 + 0.5^2 \\ &= 18.99 \end{aligned}$$

$$R = 4.35u$$

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1} \frac{0.5}{4.33} \\ &= 6.58^\circ \text{ جنوب الشرق} \end{aligned}$$

$$R = (4.35, 6.58^\circ \text{ جنوب الشرق})$$

