الدرس 5 الأُسُسُ النسبيةُ والجذورُ

أكتبُ الصورةَ الأُسّيةَ في صورةٍ جذريةٍ والصورةَ الجذريةَ في صورةٍ أُسّيةٍ في كلٍّ ممّا يأتي:

1) $\sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$ 2) $(m)^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{x^2}$ 3) $(6b^5)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6b^5}$ 4) $\sqrt{\frac{100}{y^4}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{y^4}} = \frac{10}{y^{\frac{4}{2}}} = \frac{10}{y^2}$

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي مِنْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

5) $(-32)^{\frac{3}{5}}$
$= \left(\sqrt[5]{-32}\right)^3 = (-2)^3$
$= -8$

6) $\sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81}$
$= 3$

7) $\left(\frac{100}{36}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{100}{36}}$
$= \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{36}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

8) $\left(-\frac{1000}{64}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{-\frac{1000}{64}}\right)^2$
$= \left(-\frac{10}{4}\right)^2 = \frac{100}{16} = \frac{25}{4}$

أختارُ الإجابةَ الصحيحةَ في كلٍّ ممّا يأتي:

9) أيٌّ ممّا يأتي يكافئُ $4\sqrt{w^7}$؟ $= 4w^{\frac{7}{2}}$

a) $2w^{\frac{2}{7}}$ b) $(2w)^{\frac{2}{7}}$ c) $(4w)^{\frac{7}{2}}$ d) $4w^{\frac{7}{2}}$

10) قيمةُ $9^{\frac{3}{2}} + 16^{\frac{3}{4}}$ تساوي: $\left(\sqrt[4]{16}\right)^3 + \left(\sqrt{9}\right)^3 = 2^3 + 3^3 = 8 + 27 = 35$

a) 35 b) 25 c) 11 d) 5

11) قيمةُ $\sqrt{102.01}$ تساوي:

a) 10.01 b) 51.1 c) 10.1 d) 20.1

$= \sqrt{\frac{10201}{100}} = \sqrt{\frac{101 \times 101}{100}}$
$= \frac{101}{10} = 10.1$

12) **توفيرٌ:** تُقدَّرُ سرعةُ الماءِ المتدفقِ v بالقدمِ لكلِّ ثانيةٍ باستعمالِ الصّيغةِ $v = 8h^{\frac{1}{2}}$، حيثُ h ارتفاعُ البرميلِ بالقدمِ.
أجدُ سرعةَ تدفقِ الماءِ مِنْ برميلٍ ارتفاعُهُ 4 أقدامٍ.

$v = 8(4)^{\frac{1}{2}}$
$= 8\sqrt{4} = 8 \times 2 = 16$ قدم/ثانية

13) **كرةُ قدمٍ:** يُعطى طولُ نصفِ قطرِ الكرةِ r الّتي تحتوي V وحدةً مكعبةً مِنَ الهواءِ بالصيغةِ $r = 0.62V^{\frac{1}{3}}$. أجدُ طولَ نصفِ قطرِ كرةٍ تحتوي $V = 9.261$ وحدةً مكعبةً مِنَ الهواءِ.

$r = 0.62(9.261)^{\frac{1}{3}}$
$= 0.62 \times \sqrt[3]{9.261} = 0.62 \times \sqrt[3]{\frac{9261}{1000}} = 0.62 \times \sqrt[3]{\frac{21 \times 21 \times 21}{1000}} = 0.62 \times \frac{21}{10}$
$= 1.302$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرسُ 6 ضربُ الأُسسِ النسبيةِ وقسمتُها

① $= \frac{2^{\frac{7}{3}}}{4} = \frac{2^{\frac{7}{3}}}{2^2} = 2^{\frac{7}{3}-2} = 2^{\frac{7}{3}-\frac{6}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

② $(7^3)^{\times\frac{1}{2}} \times 7^{\frac{3}{2}} = 7 \times 7 = 49$

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

يقلب الأساس

❶ $\sqrt[3]{2^9} \div \sqrt[5]{4^5} = \frac{2^{\frac{9}{3}}}{4^{\frac{5}{5}}} = \frac{2^3}{4^1} = 2$

❷ $(49)^{\frac{1}{2}} \times (7^3)^{\frac{1}{3}}$ ضرب لانها نفس القوة

❸ $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{(3^3)^{\frac{2}{3}}}{(2^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

❹ $16^{\frac{1}{4}} \times 16^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{4}{4}} = 16$

❺ $\sqrt{6^7} \times \sqrt{6^5} = 6^{\frac{7}{2}} \times 6^{\frac{5}{2}} = 6^{\frac{12}{2}} = 6^6$

❻ $\frac{\sqrt[3]{4^5}}{\sqrt[3]{4^2}} = \frac{4^{\frac{5}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}} = 4^{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}} = 4^{\frac{3}{3}} = 4$

أكتبُ كلَّ مقدارٍ في ما يأتي بأبسطِ صورةٍ:

عند الضرب تجمع القوى اذا كان الأساس نفسه

❼ $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{3}{2}} \times a^2 = a^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{2}{1}\times\frac{2}{2}} = a^{\frac{4}{2}+\frac{4}{2}} = a^{\frac{8}{2}} = a^4$

يقلب الأساس

❽ $y^{-2}\left(y^{\frac{5}{4}}\right)^{\times 8} = y^{-2} \times y^{10} = y^8$ ضرب

❾ $\left(\frac{p^{\frac{1}{5}}}{p^{\frac{1}{10}}}\right)^{-10} = \left(\frac{p^{\frac{1}{10}}}{p^{\frac{1}{5}}}\right)^{10}$ توزيع

$\frac{\left(p^{\frac{1}{10}}\right)^{\times 10}}{\left(p^{\frac{1}{5}}\right)^{\times 10}} = \frac{p}{p^2} = p^{1-2} = p^{-1} = \frac{1}{p}$

❿ $\left(\frac{3u^4}{4u^2}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}u^{4-2}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}u^2\right)^3$ توزيع

عند القسمة تطرح القوى اذا كان الأساس نفسه

تطرح القوى

$= \frac{3^3}{4^3}u^6 = \frac{27}{64}u^6$

⓫ أجدُ مساحةَ المثلثِ المجاورِ بدلالةِ x.

$A_\Delta = \frac{1}{2}hb$

$= \frac{1}{2}(6x^{\frac{1}{3}})(2x^{\frac{5}{6}}) = \frac{1}{2}\times 6\times 2\,(x^{\frac{1}{3}}\times x^{\frac{5}{6}})$

$A_\Delta = 6x^{\frac{7}{6}}$

⓬ تمثلُ المعادلةُ $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ مساحةَ المَعينِ A بالوحداتِ المربعةِ، حيثُ d_1 وَ d_2 طولا قطرَيْهِ. أجدُ d_2 بدلالةِ y

إذا كانَ $A = 18y^{\frac{7}{4}}$ وَ $d_1 = 6y^{\frac{3}{4}}$

$A = \frac{1}{2}\times d_1 \times d_2$

$18y^{\frac{7}{4}} = \frac{1}{2_1} \times 6y^{\frac{3}{4}} \times d_2$

$\frac{18y^{\frac{7}{4}}}{3y^{\frac{3}{4}}} = \frac{3y^{\frac{3}{4}} \times d_2}{3y^{\frac{3}{4}}}$

$d_2 = \frac{18y^{\frac{7}{4}}}{3y^{\frac{3}{4}}} = 6y^{\frac{7}{4}-\frac{3}{4}} = 6y^{\frac{4}{4}} = 6y$

⓭ يُعطى طولُ نصفِ قطرِ الدائرةِ بالصيغةِ $r = \left(\frac{A}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$، حيثُ A مساحةُ الدائرةِ. أجدُ طولَ نصفِ قطرِ دائرةٍ مساحتُها $50.24\ \text{cm}^2$ (إرشادٌ: $\pi = 3.14$)

$r = \left(\frac{A}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{50.24}{3.14}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{50.24}{3.14}} = \sqrt{\frac{5024}{314}} = 4\ \text{cm}$

⓮ **أكتشفُ الخطأَ:** بسّطَ خالدٌ المقدارَ $w^{-3} \times (w)^{-\frac{7}{3}}$ على النحوِ الآتي:

$w^3 \times (w)^{-\frac{7}{3}} = (w)^{3\times -\frac{7}{3}}$

$= (w)^{-7}$

$= \frac{1}{w^7}$

* في حالة الضرب تجمع القوى اذا كان الأساس نفسه.

$w^{3+-\frac{7}{3}} = w^{\frac{9}{3}-\frac{7}{3}} = w^{\frac{2}{3}}$

أحددُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ خالدٌ، وأصحّحُهُ.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس 7 الصيغةُ العلمية

أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصيغةِ العلمية:

1. 30780000000 → 3.078×10^{10}
2. 96,43 → 9.643×10^{1}
3. 0,47 → 4.7×10^{-1}
4. 0,0004278 → 4.278×10^{-4}

5. النانومترُ وحدةٌ لقياسِ أطوالٍ صغيرةٍ جدًّا وتساوي 0,000000001 m أكتبُ النانومترَ باستخدامِ الصيغةِ العلمية.
1×10^{-9}

أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصيغةِ القياسية:

6. 3.97×10^{5} → 397000
7. 5.7×10^{-3} → 0.0057
8. 1.46×10 → 14.6
9. 4.15×10^{-4} → 0.000415

10. أرتبُ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا:
8.36×10^{-2} (1) , 2.9×10^{4} (4) , 3.2×10^{4} (5) , 3.07×10^{-1} (3) , 8.4×10^{-2} (2)
التسلسل
الترتيب من اليسار إلى اليمين ← $8.36 \times 10^{-2} / 8.4 \times 10^{-2} / 3.07 \times 10^{-1} / 2.9 \times 10^{4} / 3.2 \times 10^{4}$

إذا كانَ $q = 6.4 \times 10^{7}$, $p = 3.2 \times 10^{-5}$ ، فأجدُ ما يأتي بالصيغةِ العلمية:

11. $p \times q$
$(3.2 \times 10^{-5}) \times (6.4 \times 10^{7})$
$(3.2 \times 6.4) \times (10^{-5} \times 10^{7})$
$20.48 \times 10^{2} = 2.048 \times 10^{3}$

12. $2q$
$= 2 \times 6.4 \times 10^{7}$
$= 12.8 \times 10^{7}$
$= 1.28 \times 10^{8}$

13. $q \div p$
$(6.4 \times 10^{7}) \div (3.2 \times 10^{-5})$
$= (6.4 \div 3.2) \times (10^{7} \div 10^{-5})$
$= 2 \times 10^{12}$

في ما يأتي أربعةُ أعدادٍ مكتوبةٍ بالصيغةِ العلمية:
3.5×10^{5} , 1.2×10^{3} , 7.3×10^{2} , 4.8×10^{4}

أجدُ بالصيغةِ العلمية:
$(3.5 \times 10^{5}) \times (4.8 \times 10^{4}) = (3.5 \times 4.8)(10^{5} \times 10^{4}) = 16.8 \times 10^{9}$

14. أكبرَ ناتجِ ضربِ عددَينِ مِنْ هذهِ الأعدادِ.
1.68×10^{10}

15. أصغرَ ناتجِ ضربِ عددَينِ مِنْ هذهِ الأعدادِ.
$(7.3 \times 10^{2}) \times (1.2 \times 10^{3}) = (7.3 \times 1.2)(10^{2} \times 10^{3}) = 8.76 \times 10^{5}$

16. إذا علمْتُ أنَّ سرعةَ الضوءِ 3.0×10^{8} m/s تقريبًا، والزمنَ اللازمَ لوصولِ الضوءِ بَيْنَ الأرضِ والقمرِ 1.3 ثانيةً تقريبًا، فأجدُ المسافةَ بَيْنَ الأرضِ والقمرِ بالكيلومترِ، بالصيغةِ القياسية.
السرعة = المسافة / الزمن
∴ المسافة = الزمن × السرعة $= (3.0 \times 10^{8}) \times (1.3) = 3.9 \times 10^{8}$ m

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرسُ 1 حالاتٌ خاصةٌ مِنْ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

1. $(h-10)^2 = (h)^2+2\times h\times -10+(10)^2$
$= h^2-20h+100$

2. $(y-2x)^2$ تسوى في حالة الفوت
$= y^2+2\times y\times -2x+(-2x)^2$
$= y^2-4yx+4x^2$

3. $(5-3x)^2$
$= 5^2+2\times 5\times -3x+(-3x)^2$
$= 25-30x+9x^2$

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

4. $(5c+2b)(5c+2b) = (5c+2b)^2$
$= (5c)^2+2\times 5c\times 2b+(2b)^2$
$= 25c^2+40c+4b^2$

5. $(r+8)^2 = r^2+2\times r\times 8+8^2$
$= r^2+16r+64$

6. $(2n+3)^2 = (2n)^2+2\times 2n\times 3+3^2$
$= 4n^2+12n+9$

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

* ضرب بين مربعين يكون نفس القوس لكن مختلف بالإشارة.

7. $(m-7)(m+7)$
$= m^2-49$

8. $(2d-3)(2d+3)$
$= 4d^2-9$

9. $(2+xy)(2-xy)$
$= 4-x^2y^2$

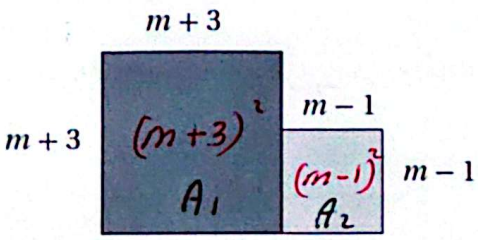
حسابٌ ذهنيٌّ: أستعملُ الحسابَ الذهنيَّ لأجدَ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي: لم يتم إعطاءه

10. 103^2
11. ~~1007^2~~
12. 95^2
13. 991^2
14. 49×51

مساحة المربع $A = s^2$

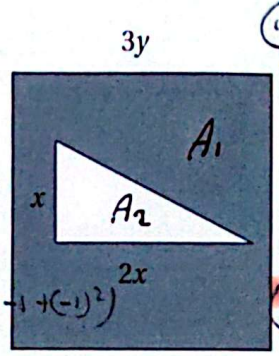
هندسةٌ: أجدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

15.



$A = A_1 + A_2$
$= (m+3)^2+(m-1)^2$
$A = (m^2+2\times m\times 3+3^2)+(m^2+2\times m\times -1+(-1)^2)$
$= m^2+6m+9+m^2-2m+1$
$A = 2m^2+4m+10$

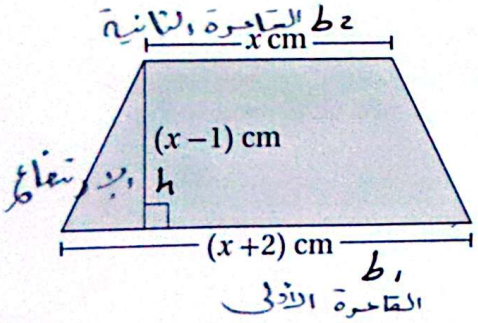
16.



مساحة المثلث $A = \frac{1}{2}\times h\times b$

$A = A_1 - A_2$
$= (3y)^2-(\frac{1}{2}\times x\times 2x)$
$A = 9y^2-x^2$

17. **سياراتٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ نافذةَ سيارةٍ على شكلِ شبهِ منحرفٍ.



القاعدة الثانية b_2 — ارتفاع h — القاعدة الأولى b_1

أكتبُ مساحةَ النافذةِ بدلالةِ x، ثُمَّ أجدُ المساحةَ عندَما $x = 56$

مساحة شبه المنحرف $A = (b_1+b_2)\times h$

$A = (x+x+2)\times(x-1) = (2x+2)(x-1)$
$= 2x^2-2x+2x-2 = 2x^2-2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* نقوم بالتحليل كل حد جبري أذ عند التحليل نأخذ أقل قوة

أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الجبريةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $6x^2, 2y$
$6x^2 = 2 \times 3 \times x \times x$
$2y = 2 \times y$
م.ع.م = 2

2. $21x^3, 14x$
$21x^3 = 3 \times 7 \times x \times x \times x$
$14x = 2 \times 7 \times x$
م.ع.م = $7x$

3. $5x^2, 20xy, 10y^2x^4$
$5x^2 = 5 \times x \times x$
$20xy = 2 \times 2 \times 5 \times x \times y$
$10y^2x^4 = 2 \times 5 \times y \times y \times x \times x \times x \times x$
م.ع.م = $5x$

أحلّلُ كلَّ مقدارٍ جبريٍ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

4. $4x - 10$
$= 2 \times 2x - 2 \times 5$
$= 2(2x - 5)$
إذا العامل المشترك هو 2

* القوة المشتركة الصغرى

5. $2vx^3 + 8k^2x^3$
$= 2x^3(v + 4k^2)$

6. $12wy^5 + 4w^3y + 16wy^2$
$= 4wy(3y^4 + w^2 + 4y^2)$

7. $(w^2 + 2w) + (wy + 2y)$
$= w(w+2) + y(w+2)$
$= (w+2)(w+y)$

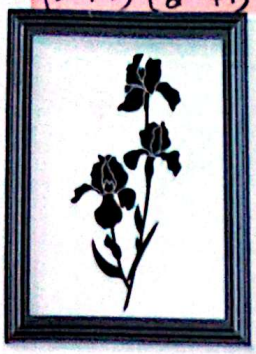
8. $(6x^3 + x^2) + (6xy + y)$
$= x^2(6x+1) + y(6x+1)$
$= (6x+1)(x^2+y)$

9. $(2x+1) + (2x+1)^2$
$(2x+1)(1 + 2x + 1) = (2x+1)(2x+2)$

10. $(d^3 + d^2) + (d + 1)$
$= d^2(d+1) + (d+1)$
$= (d+1)(d^2+1)$

11. $2w(x-7) + (7-x)$
$= 2w(x-7) - (x-7)$
$= (x-7)(2w-1)$

12. $(ab + 5b) + (7a + 35)$
$= b(a+5) + 7(a+5)$
$= (a+5)(b+7)$



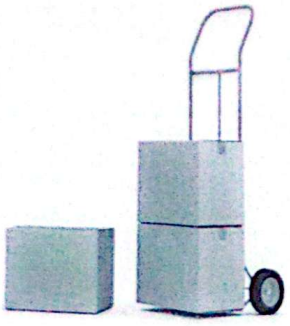
13. **لوحةٌ جداريةٌ:** لوحةٌ جداريةٌ مستطيلةُ الشكلِ مساحتُها $(x^3 - 3x^2 + 6x - 18)$ وحدةً مربعةً، وطولُها $(x^2 + 6)$ وحدةً. أجدُ عرضَ اللوحةِ بدلالةِ x.

$A = (x^3 - 3x^2) + (6x - 18)$
$A = x^2(x-3) + 6(x-3)$
$A = (x-3)(x^2+6)$

إذا عرض اللوحة $(x-3)$

14. **هندسةٌ:** مثلثٌ قائمُ الزاويةِ مساحتُهُ $3x^2 + 18x$ وحدةً مربعةً، وارتفاعُهُ $3x$. أجدُ طولَ قاعدتِهِ بدلالةِ x.

15. **تغليفٌ:** تغلّفُ شركةٌ منتجَها في صناديقَ كرتونيةٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، إذا علمْتُ أنَّ حجمَ الصندوقِ $(4x^3 + 12x^2 + 3x + 9)$ وحدةً مكعبةً، ومساحةُ قاعدتِهِ $(4x^2 + 3)$ وحدةً مربعةً، فأجدُ ارتفاعَهُ بدلالةِ x.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner