كتاب التمارين

مثالٌ: أجدُ محيطَ الدائرةِ المرسومةِ جانبًا، ثمَّ أجدُ مساحتها. أُقرِّبُ إجابَتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ:

صيغةُ محيطِ الدائرةِ $C = 2\pi r$

أُعوِّضُ $r = 6$ و $\pi \approx 3.14$ $\approx 2 \times 3.14 \times 6$

أجدُ الناتجَ ≈ 37.7

إذنْ، محيطُ الدائرةِ يُساوي 37.7 m تقريبًا.

صيغةُ مساحةِ الدائرةِ $A = \pi r^2$

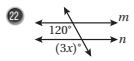
أُعوِّضُ $r = 6$ و $\pi \approx 3.14$ $\approx 3.14 \times 6^2$

أجدُ الناتجَ ≈ 113

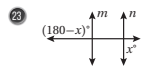
إذنْ، مساحةُ الدائرةِ تُساوي 113 m^2 تقريبًا.

• المستقيماتُ المتوازيةُ وأزواجُ الزوايا (الدرسُ 3)

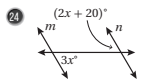
أجدُ قيمةَ x إذا كانَ $m \parallel n$ في كلٍّ ممّا يأتي:

22 

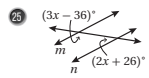
$x = 40$

23 

$x = 90$

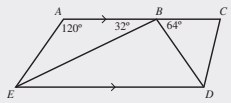
24 

$x = 20$

25 

$x = 38$

مثالٌ: إذا كانَ $AC \parallel ED$، فأجدُ قياسَ الزوايا الآتيةِ:
EBD, AEB, DEB



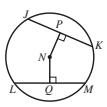
مجموعُ الزوايا المتجاورةِ على مستقيمٍ هوَ 180°
$m\angle EBD = 180° - 32° - 64° = 84°$

مجموعُ قياسِ زوايا المثلثِ ABE هوَ 180°
$m\angle AEB = 180° - 32° - 120° = 28°$

زاويتانِ داخليتانِ متبادلتانِ
$m\angle DEB = m\angle ABE = 32°$

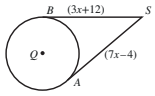
الدرسُ 1
أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماسّاتُها
Chords, Diameters and Tangents of a Circle

يُمثِّلُ N مركزَ الدائرةِ في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ $JK = LM = 24$ cm، وكانَ $NP = 9$ cm، فأجِدُ:



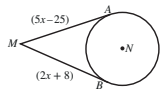
1. طولَ $\overline{NQ}$. (الوتران المتطابقان يبعدان المسافة نفسها عن مركزِ الدائرةِ) 9 cm
2. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ. 15 cm

$\overline{SB}$، وَ $\overline{SA}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها Q. إذا كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 10 cm، فأجِدُ:

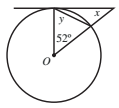


3. قيمةَ x. $x = 4$ cm
4. طولَ $\overline{QS}$. $QS = \sqrt{10^2 + 24^2} = \sqrt{676} = 26$ cm

$\overline{MB}$، وَ $\overline{MA}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها N. إذا كانَ $MN = 34$ cm، فأجِدُ:

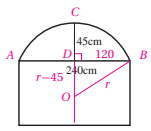


5. قيمةَ x. $x = 11$ cm
6. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ. $r = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} = 16$



7. يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ مماسًّا لدائرةٍ مركزُها O. أجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ x، وَ y.
$x = 38°;\ y = 64°$

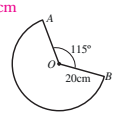
نافذةٌ على شكلِ مستطيلٍ طولُها 240 cm، يعلو المستطيلَ قوسٌ منْ دائرةٍ كما في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ ارتفاعُ منتصفِ القوسِ عنْ منتصفِ الضلعِ العلويِّ منَ المستطيلِ 45 cm، فأجِدُ:



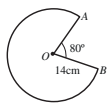
8. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ التي كانَ القوسُ جزءًا منْها.
العمودُ $\overline{CD}$ المارُّ بمنتصفِ الوترِ $\overline{AB}$ يمرُّ بالمركزِ O.
فإذا كانَ نصفُ القُطْرِ يساوي r فإنَّ بُعْدَ المركزِ عنِ الوترِ $\overline{AB}$ يساوي $r - 45$
بحسبِ نظريةِ فيثاغورس، فإنَّ:
$r^2 = 120^2 + (r-45)^2$
$90r = 120^2 + 45^2 = 16425$
$\Rightarrow r = 182.5$ cm

الدرسُ 2
الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ
Arcs and Sectors

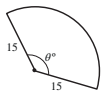
1. أجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ إذا كانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 120°، وطولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 21 cm.
$\ell = 14\pi \approx 44.0$ cm ; $A = 147\pi \approx 461.8$ cm^2
2. أجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ إذا كانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 135°، وطولُ قُطْرِ الدائرةِ 14 cm.
$\ell = 5.25\pi \approx 16.5$ cm ; $A = 18.375\pi \approx 57.7$ cm^2
3. إذا كانَتْ مساحةُ قطاعٍ دائريٍّ 35 cm^2، وكانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 72°، فما طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ؟
$r \approx 7.5$ cm
4. إذا كانَتْ مساحةُ قطاعٍ دائريٍّ 60 cm^2، وكانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 45°، فما طولُ قُطْرِ الدائرةِ؟ $d \approx 24.7$ cm
5. أجِدُ محيطَ القطاعِ الدائريِّ الآتي.
$L \approx 125.5$ cm



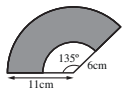
6. أجِدُ محيطَ القطاعِ الدائريِّ الآتي.
$L \approx 96.4$ cm



7. إذا كانَتْ مساحةُ القطاعِ الدائريِّ المجاورِ 200 cm^2، فما قيمةُ θ؟
$\theta \approx 101.9°$



8. أجِدُ مساحةَ المنطقةِ المُظَلَّلةِ في الشكلِ المجاورِ.
100.1 cm^2



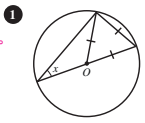
9. **علومٌ:** وُضِعَتْ كرةٌ طولُ قُطْرِها 15cm على بُعْدٍ أفقيٍّ يساوي x منْ عينٍ آلاءَ. إذا كانَ طولُ خطِّ البصرِ الواصلِ بينَ مركزِ العينِ وأبعدِ نقطةٍ على الكرةِ يُمكِنُ أنْ تراها آلاءُ هوَ 40cm، فما قيمةُ x؟
أنظر ملحق الإجابات.

كتاب التمارين

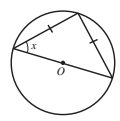
الدرسُ 3
الزوايا في الدائرةِ
Angles in a Circle

إذا كانَتِ النقطةُ O هيَ مركزَ الدائرةِ، فما قيمةُ x في كلٍّ منَ الشكلَيْنِ الآتيَيْنِ؟

1 $x = 30°$

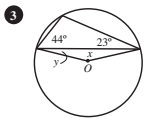


2 $x = 45°$

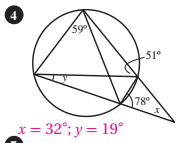


أَجِدُ قياسَ الزوايا المشارِ إليْها بأحرفٍ في ما يأتي (أفترضُ أنَّ O هيَ مركزُ الدائرةِ):

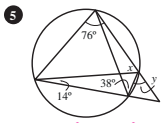
3 $x = 134°; y = 23°$



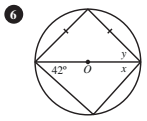
4 $x = 32°; y = 19°$



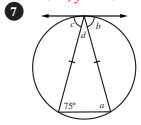
5 $x = 66°; y = 52°$



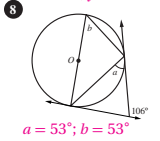
6 $x = 48°; y = 45°$



7 $a = b = c = 75°; d = 30°$

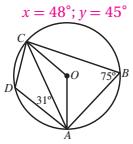


8 $a = 53°; b = 53°$



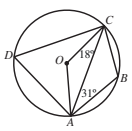
9 تقعُ النقاطُ: A، وَB، وَC، وَ D على دائرةٍ مركزُها O. اعتمادًا على القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ، أَجِدُ قياسَ كلٍّ منَ الزاويتيْنِ OCA، وَ DCA.

$m\angle OCA = 15°; m\angle DCA = 44°$



10 تقعُ النقاطُ: A، وَB، وَC، وَ D على دائرةٍ مركزُها O. اعتمادًا على القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ، أَجِدُ قياسَ كلٍّ منَ الزاويتيْنِ OAC، وَ BCA.

$m\angle BCA = 41°; m\angle OAC = 18°$



الدرسُ 4
معادلةُ الدائرةِ
Equation of a Circle

أكتبُ بالصورةِ القياسيةِ معادلةَ الدائرةِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

1 دائرةٌ مركزُها النقطةُ $(-4, 2)$، وطولُ نصفِ قُطْرِها 6 وحداتٍ. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 36$

2 دائرةٌ مركزُها النقطةُ $(-1, -3)$، وطولُ نصفِ قُطْرِها 4 وحداتٍ. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 16$

3 دائرةٌ مركزُها النقطةُ $(2, 0)$، وتمرُّ بالنقطةِ $(5, 10)$. $(x-2)^2 + y^2 = 109$

4 دائرةٌ مركزُها النقطةُ $(7, 3)$، وتمرُّ بالنقطةِ $(3, -1)$. $(x-7)^2 + (y-3)^2 = 32$

5 دائرةٌ تُمثِّلُ النقطتانِ $A(11, -4)$, $B(5, 6)$ نهايتَيْ قُطْرٍ فيها. $(x-8)^2 + (y-1)^2 = 34$

6 دائرةٌ تُمثِّلُ النقطتانِ $S(4, 12)$, $T(6, -8)$ نهايتَيْ قُطْرٍ فيها. $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 101$

أَجِدُ إحداثيَّيِ المركزِ، وطولَ نصفِ القُطْرِ لكلِّ دائرةٍ في ما يأتي:

7 $(x+6)^2 + (y-3)^2 = 169$ $(-6, 3); r = 13$

8 $3x^2 + 3y^2 + 12x - 36y - 72 = 0$ $(-2, 6); r = 8$

9 $x^2 + (y-7)^2 = 225$ $(0, 7); r = 15$

10 $2x^2 + 2y^2 - 20x - 16y + 10 = 0$ $(5, 4); r = 6$

11 أَجِدُ طولَ المماسِّ المرسومِ منَ النقطةِ $T(8, 7)$، الذي يمسُّ الدائرةَ التي معادلتُها $(x+5)^2 + (y-3)^2 = 41$.

أنظر ملحق الإجابات.

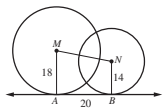
12 تُمثِّلُ النقاطُ: $A(-5, -2)$، وَ $B(7, -8)$، وَ $C(3, -16)$ مواقعَ 3 أبراجِ اتصالاتٍ. أَجِدُ موقعَ البرجِ الرابعِ الذي يبعدُ المسافةَ نفسَها عنِ الأبراجِ الثلاثةِ، ثمَّ أكتبُ معادلةَ الدائرةِ التي تقعُ عليْها الأبراجُ الثلاثةُ. أنظر ملحق الإجابات.

الدرسُ 5
الدوائرُ المتماسَّةُ
Tangent Circles

1 كمْ مماسًّا مشتركًا داخليًّا يُمكِنُ أنْ أرسمَ لدائرتيْنِ متماسَّتيْنِ منَ الداخلِ؟ صفر

2 كمْ مماسًّا مشتركًا خارجيًّا يُمكِنُ أنْ أرسمَ لدائرتيْنِ متقاطعتيْنِ؟ 2

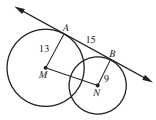
3 إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، فما المسافةُ بينَ مركزَيِ الدائرتيْنِ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ؟



$(MN)^2 = 20^2 + 4^2 = 416$

$MN \approx 20.4$

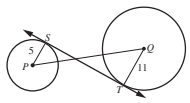
4 إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، فما المسافةُ بينَ مركزَيِ الدائرتيْنِ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ؟



$(MN)^2 = 15^2 + 4^2 = 241$

$MN \approx 15.5$

5 إذا كانَ $\overleftrightarrow{ST}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، وكانَ $PQ = 34$ cm، فما طولُ $\overleftrightarrow{ST}$؟



$(ST)^2 = 34^2 - 16^2 = 900$

$ST = 30$ cm

6 رُسِمَتْ دائرتانِ، الأولى مركزُها M، وطولُ نصفِ قُطْرِها 25 cm، والثانيةُ مركزُها N، وطولُ نصفِ قُطْرِها 36 cm، والمسافةُ بينَ مركزَيْهِما 61 cm، ورُسِمَ لهُما مماسٌّ مشتركٌ، مَسَّ الصغرى في النقطةِ A، ومَسَّ الكبرى في النقطةِ B. ما نوعُ الشكلِ الرباعيِّ $AMNB$؟ ما أطوالُ أضلاعِهِ؟ أنظر ملحق الإجابات.

7 رُسِمَتْ دائرتانِ، الأولى مركزُها P، وطولُ نصفِ قُطْرِها 12 cm، والثانيةُ مركزُها Q، وطولُ نصفِ قُطْرِها 27 cm، والمسافةُ بينَ مركزَيْهِما 39 cm، ورُسِمَ لهُما مماسٌّ مشتركٌ، مَسَّ الصغرى في النقطةِ R، ومَسَّ الكبرى في النقطةِ S. ما نوعُ الشكلِ الرباعيِّ $RPQS$؟ ما أطوالُ أضلاعِهِ؟ أنظر ملحق الإجابات.