أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماسّاتُها

Chords, Diameters and Tangents of a Circle

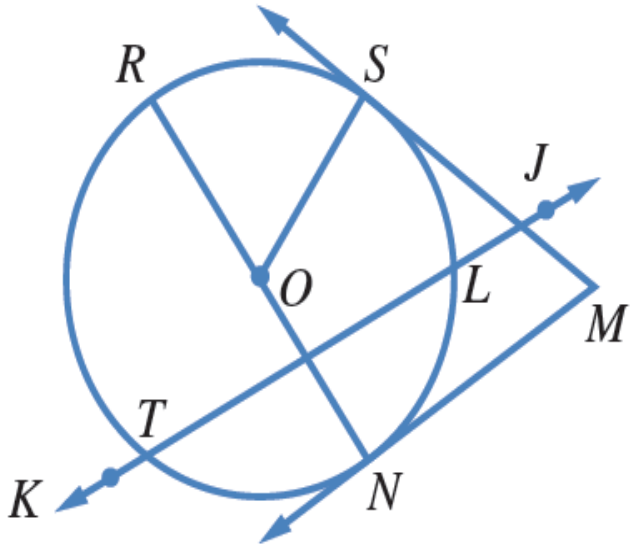
هذه الورقة لا تغني عن الكتاب أبداً، هي فقط ورقة لحل التدريبات عليها لكثرة الرسومات داخل هذه الوحدة ولبقاء رسومات الكتاب نظيفة دون أية معلومات عليها للتمكن من الاستفادة منها عند دراسة الاختبارات.

الدائرةُ (circle) هيَ المحلُّ الهندسيُّ لنقطةٍ تتحرَّكُ في المستوى، بحيثُ تظلُّ على البُعْدِ نفسِهِ عنْ نقطةٍ مُحدَّدةٍ تُسمّى **مركزَ الدائرةِ** (center). أمّا **الوترُ** (chord) فهوَ قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بينَ نقطتيْنِ على الدائرةِ، ويُسمّى الوترُ الذي يمرُّ بمركزِ الدائرةِ **القُطْرَ** (diameter). ويُطلَقُ على القطعةِ المستقيمةِ التي تصلُ مركزَ الدائرةِ بنقطةٍ عليْها اسمُ **نصفِ القُطْرِ** (radius).

القاطعُ (secant) هوَ مستقيمٌ يقطعُ الدائرةَ في نقطتيْنِ، ويحوي وترًا فيها. أمّا المستقيمُ الذي يشتركُ معَ الدائرةِ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ فيُسمّى **المماسَّ** (tangent). ويُطلَقُ على نقطةِ التقاءِ المماسِّ بالدائرةِ اسمُ **نقطةِ التَّماسِّ** (point of tangency).

أتحقق من فهمي

يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O. أُسمّي:

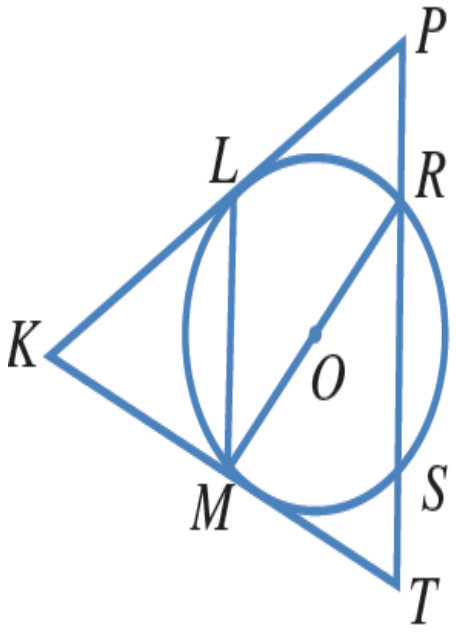


a) قاطعًا للدائرةِ.

b) وترًا للدائرةِ.

c) مماسًّا للدائرةِ.

أتدرب وأحل المسائل

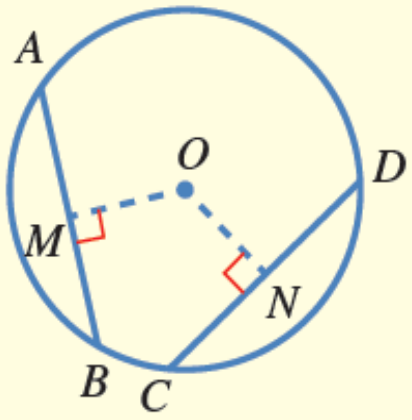


يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O. أُسمّي:

1. نصفَيْ قُطْرَيْنِ.
2. وترَيْنِ.
3. مماسَّيْنِ.
4. قاطعًا.

نظريات

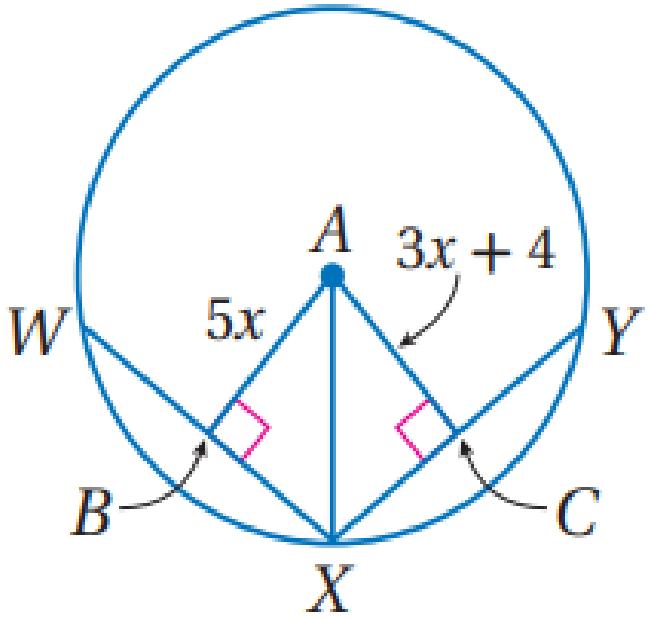
1 الوترانِ المُتطابِقانِ يبعدانِ المسـافةَ نفسَها عنْ مركزِ الدائرةِ. والوترانِ اللذانِ يبعدانِ المسـافةَ نفسَها عنْ مركزِ الدائرةِ مُتطابِقانِ.



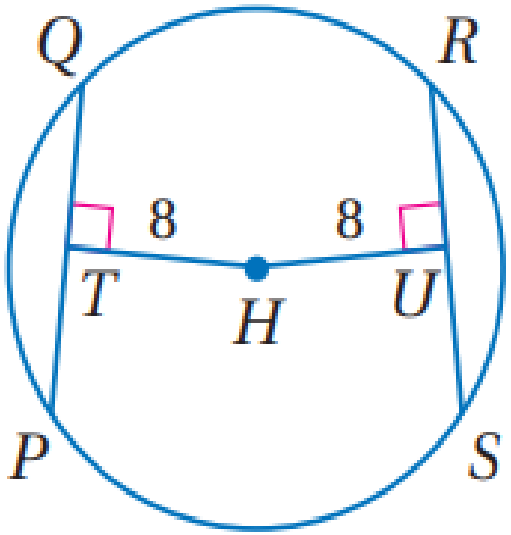
مثالٌ: بما أنَّ $CD = AB$، فإنَّ $OM = ON$.

وإذا كانَ $OM = ON$، فإنَّ $AB = CD$.

في $\odot A$ إذا كان $WX = XY = 22$ ، فأوجد AB.



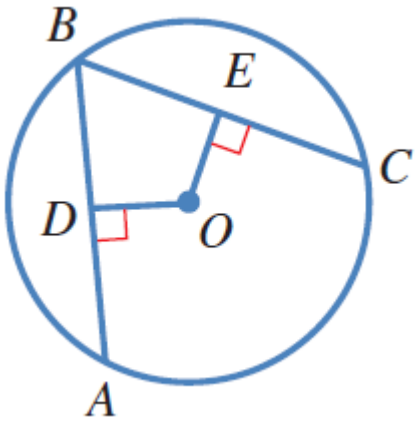
في $\odot H$ إذا كان: $RS = 14 , PQ = 3x - 4$ ، فأوجد قيمة x



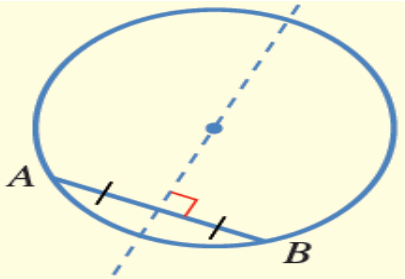
أتدرب وأحل المسائل

8 **جَبْرٌ**: في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وَ $\overline{CB}$ وترانِ مُتطابِقانِ في دائرةٍ مركزُها O.

إذا كانَ $OE = x + 9$ ، وَ $OD = 3x - 7$، فما قيمةُ x؟

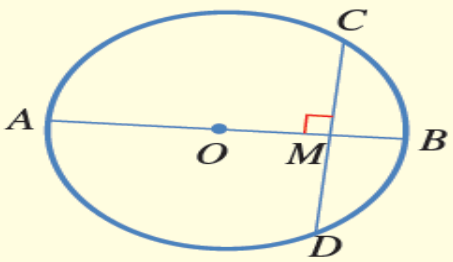


نظريات



2 المُنصِّفُ العموديُّ لأيِّ وترٍ في الدائرةِ يمرُّ بمركزِها.

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ، يقعُ مركزُ الدائرةِ على الخطِّ المُتقطِّعِ.



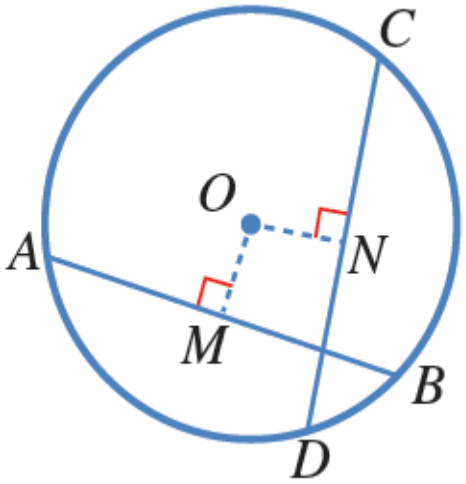
3 نصفُ القُطْرِ العموديُّ على وترٍ في دائرةٍ يُنصِّفُ ذلكَ الوترَ.

مثالٌ: بما أنَّ $\overline{CD} \perp \overline{AB}$، فإنَّ $MC = MD$. وإذا مرَّ القُطْرُ بمنتصفِ وترٍ فإنَّهُ يعامدُهُ.

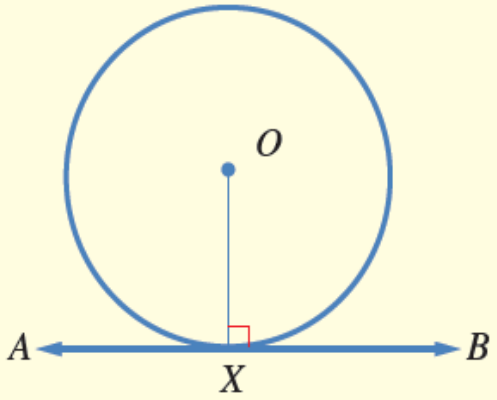
أتحقق من فهمي

40

في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ وتراننِ في دائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ $OM = ON$، وَ $CN = 12\text{ cm}$، فما طولُ $\overline{AB}$؟



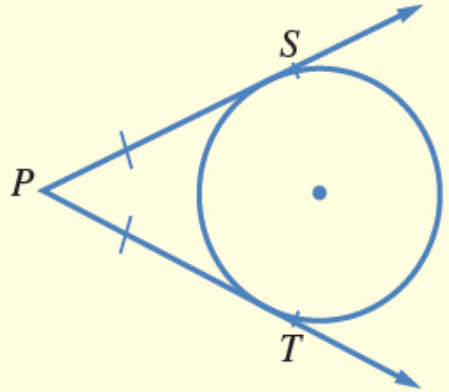
نظريات



1 مماسُّ الدائرةِ يكونُ عموديًّا على نصفِ القُطْرِ المرسومِ منْ نقطةِ التَّماسِّ.

مثالٌ: نصفُ القُطْرِ $\overline{OX}$ عموديٌّ على المماسِّ $\overleftrightarrow{AB}$.

$\overline{OX} \perp \overleftrightarrow{AB}$

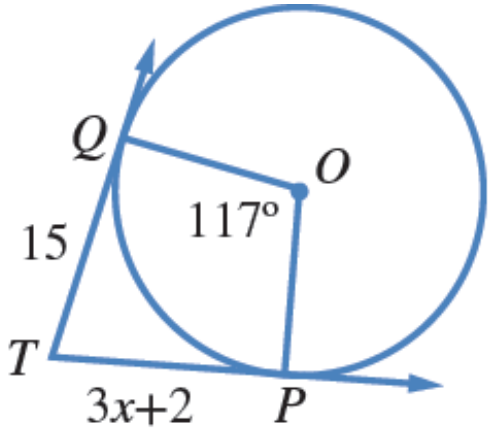


2 المماسّانِ المرسومانِ للدائرةِ منْ نقطةٍ خارجَها لهُما الطولُ نفسُهُ.

مثالٌ: $\overline{PS}$ وَ $\overline{PT}$ لهُما الطولُ نفسُهُ: $PS = PT$.

أتحقق من فهمي

في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{TP}$ وَ $\overrightarrow{TQ}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O:

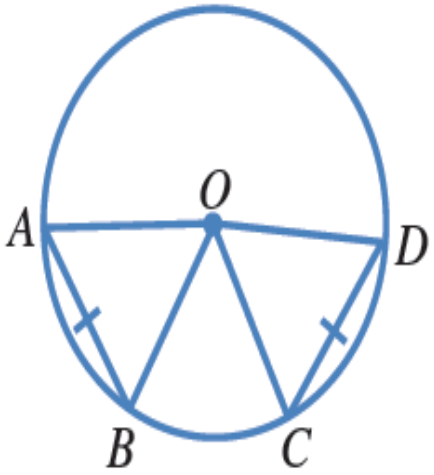


a) أَجِدُ قيمةَ x .

b) أَجِدُ قياسَ الزاويةِ PTQ .

أتدرب وأحل المسائل

$\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ وترانِ لهُما الطولُ نفسُهُ في دائرةٍ مركزُها O:

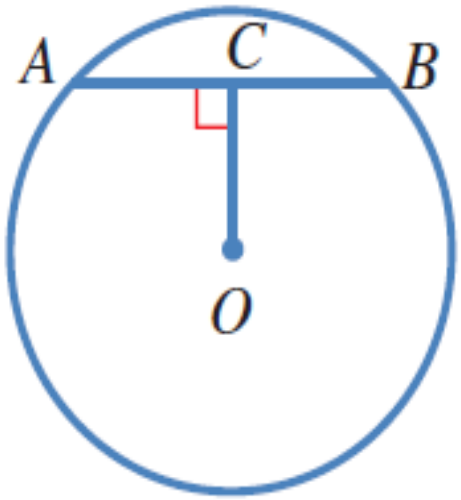


5 ما نوعُ المثلثِ AOB؟ أُبرِّرُ إجابتي.

6 هلِ المثلثانِ AOB وَ COD مُتطابِقانِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

7 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ OAB هوَ 65°، فما قياسُ الزاويةِ COD؟

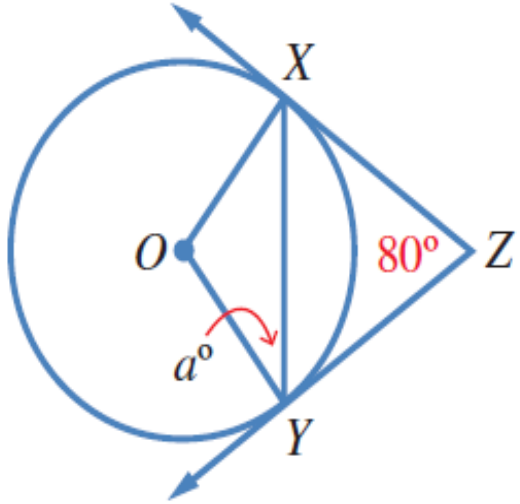
أتدرب وأحل المسائل



15 في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وترٌ طولُهُ 6 cm في دائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ ACO هوَ 90°، وَ $OC = 4$ cm، فما طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ؟

أتدرب وأحل المسائل

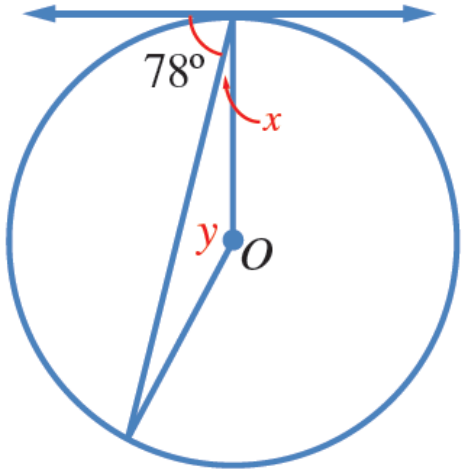
17 في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{ZX}$ وَ $\overrightarrow{ZY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ a.



أتدرب وأحل المسائل

44 يَظهرُ في كلٍّ منَ الشكلَيْنِ الآتيَيْنِ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ x وَ y في كلِّ حالةٍ.

18



19