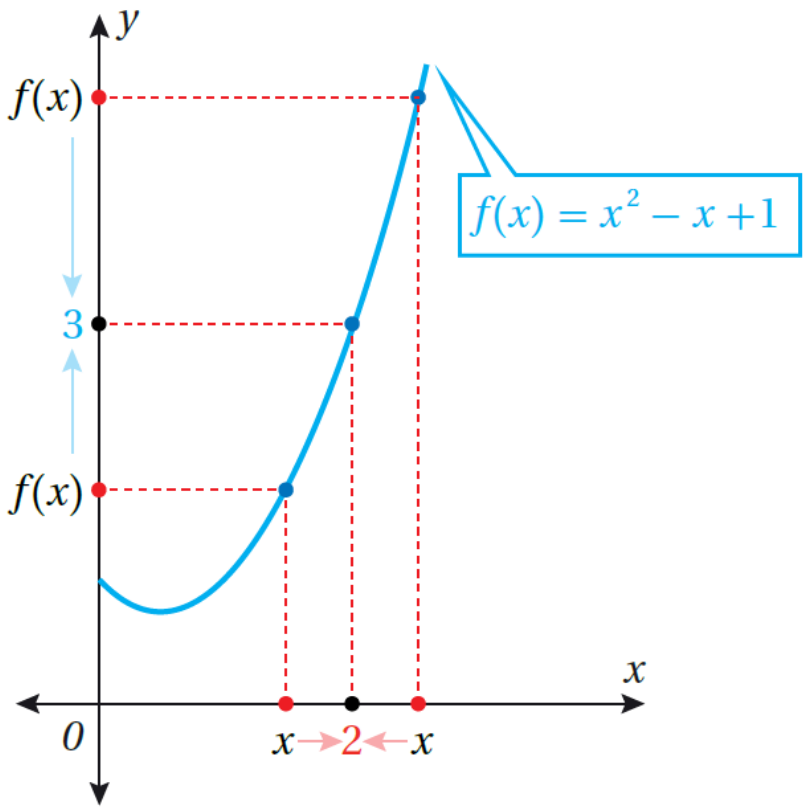
النهايات والاتّصال



2

x	1.9	1.95	1.99	1.995	1.999		2.001	2.005	2.01	2.05	2.1
$f(x)$	2.710000	2.852500	2.970100	2.985025	2.997001		3.00001	3.015025	3.030100	3.152500	3.310000

3

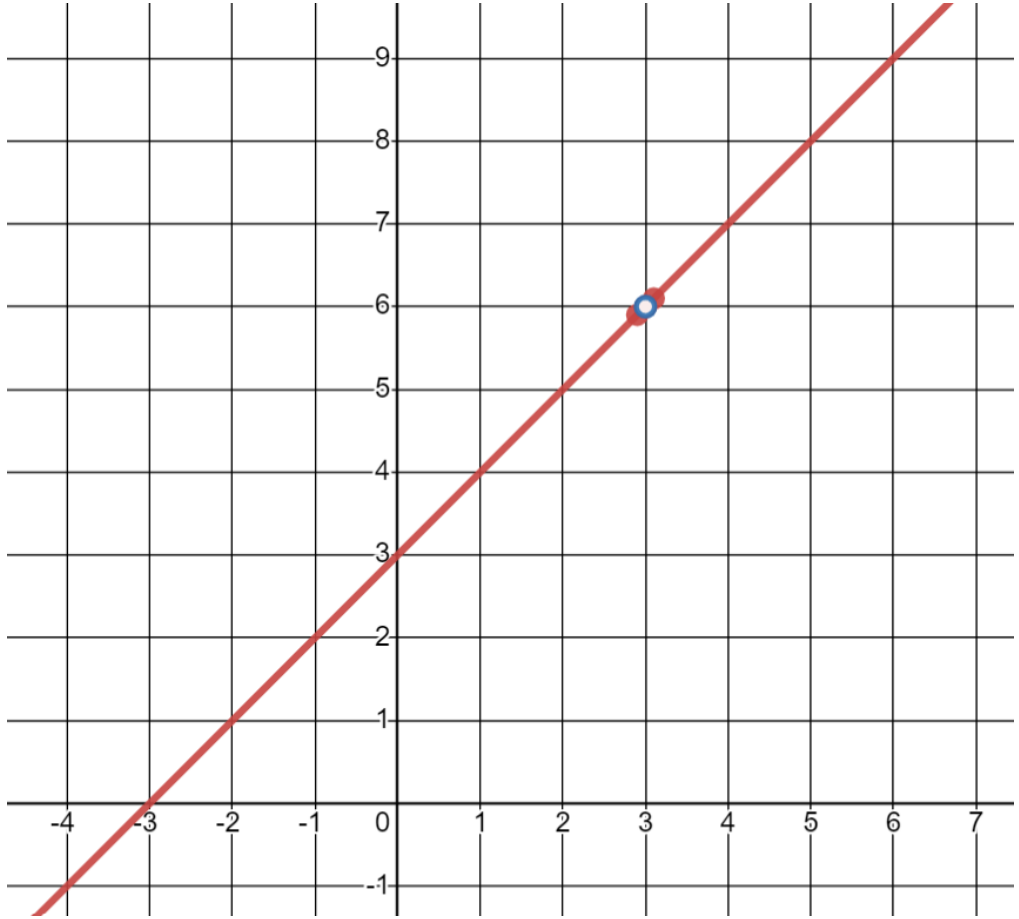
جهة اليسار

جهة اليمين

أتحقّق من فهمي

54 أجد كلًّا من النهايات الآتية بيانيًّا وعدديًّا:

a) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$



أتحقّق من فهمي

أجد كلًّا من النهايات الآتية بيانيًّا وعدديًّا: 54

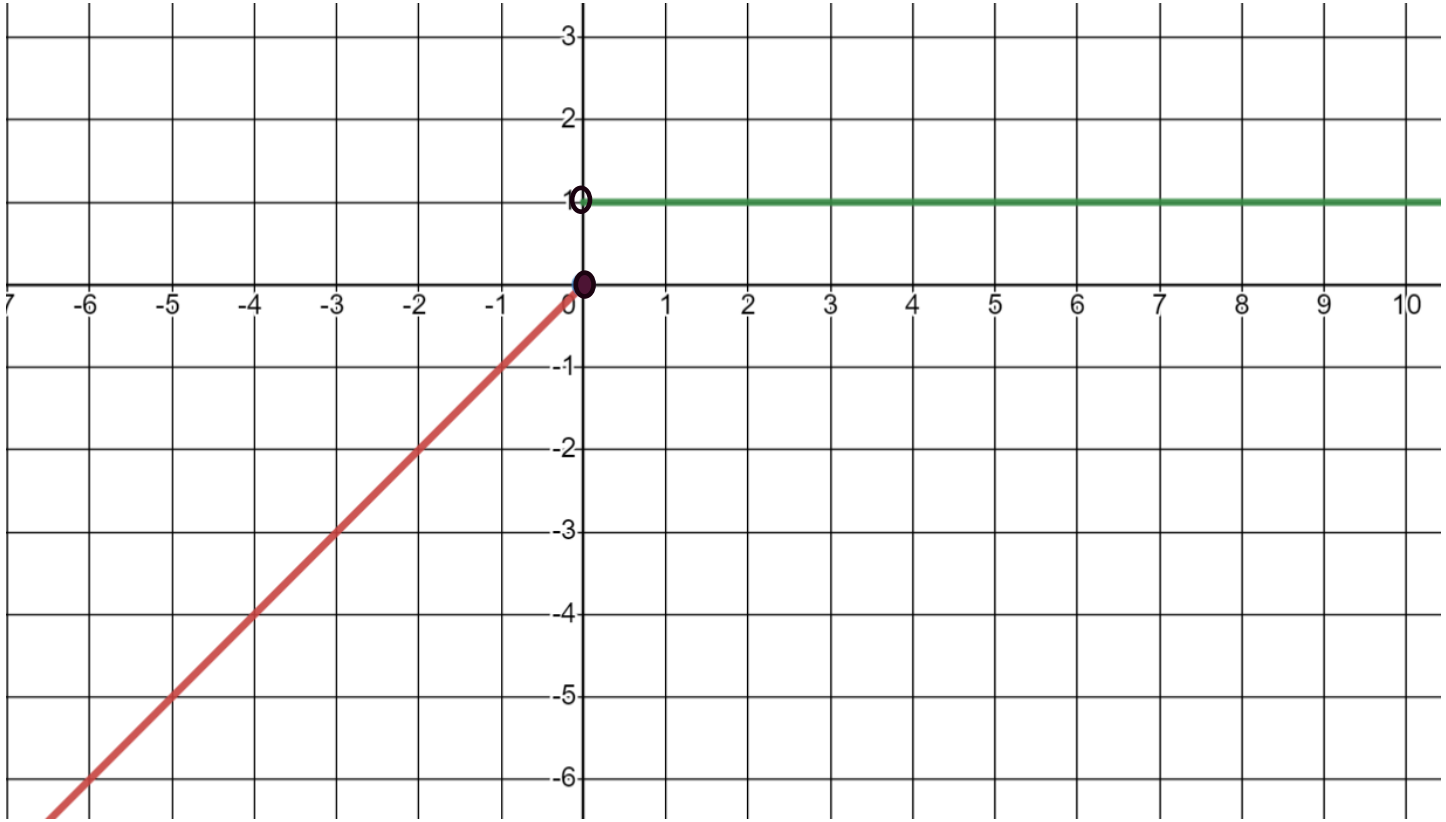
a) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

x	$\frac{(x^2 - 9)}{x - 3}$
2.9	5.9
2.99	5.99
2.999	5.999
2.9999	5.9999
3	undefined
3.0001	6.0001
3.001	6.001
3.01	6.01
3.1	6.1

أتحقّق من فهمي

54 أجد كلًّا من النهايات الآتية بيانيًّا وعدديًّا:

b) $\lim_{x\to 0} f(x)\,,\ f(x)=\begin{cases} x & ,x\le 0 \\ 1 & ,x>0 \end{cases}$



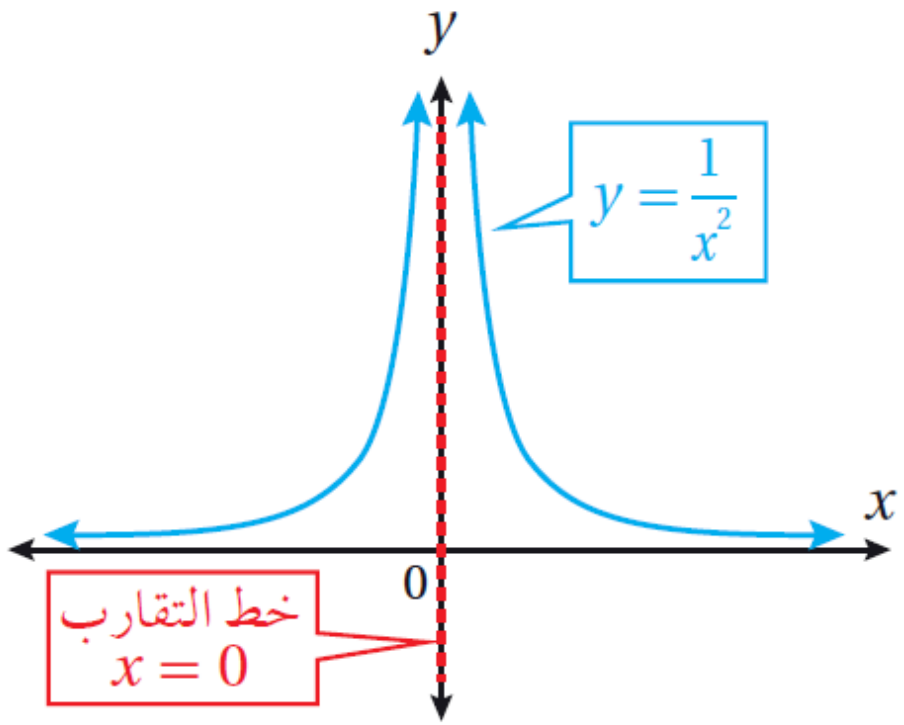
أتحقّق من فهمي

54 أجد كلًّا من النهايات الآتية بيانيًّا وعدديًّا:

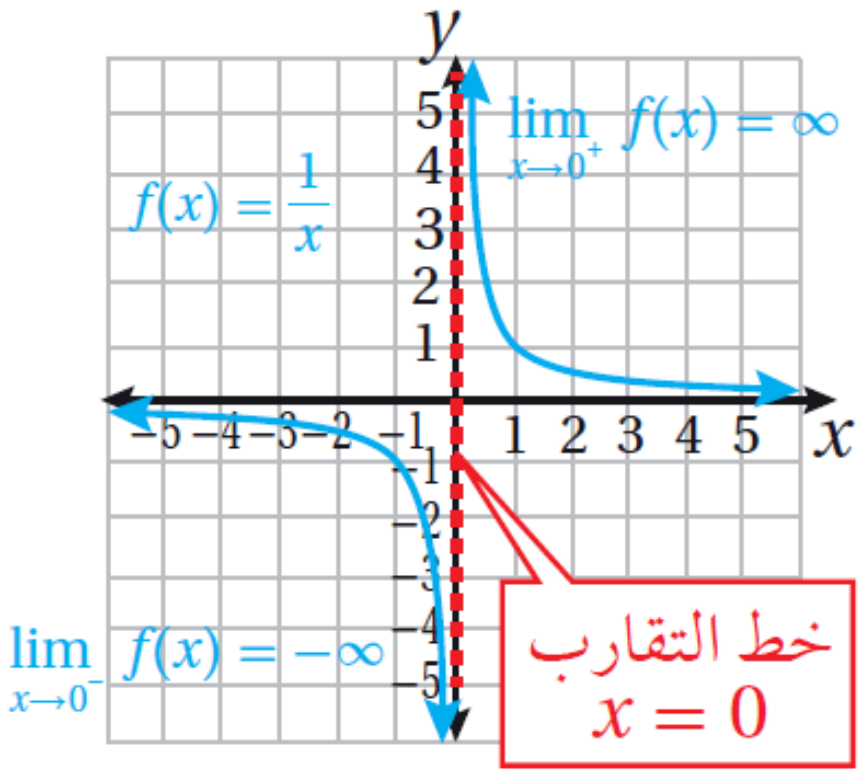
b) $\lim_{x\to 0} f(x)\,,\ f(x)=\begin{cases} x & ,x\le 0 \\ 1 & ,x>0 \end{cases}$

−0.1	−0.01	−0.001	−0.0001	0	0.0001	0.001	0.01	0.1
−0.1	−0.01	−0.001	−0.0001	0	1	1	1	1

1 $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}$



2 $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$

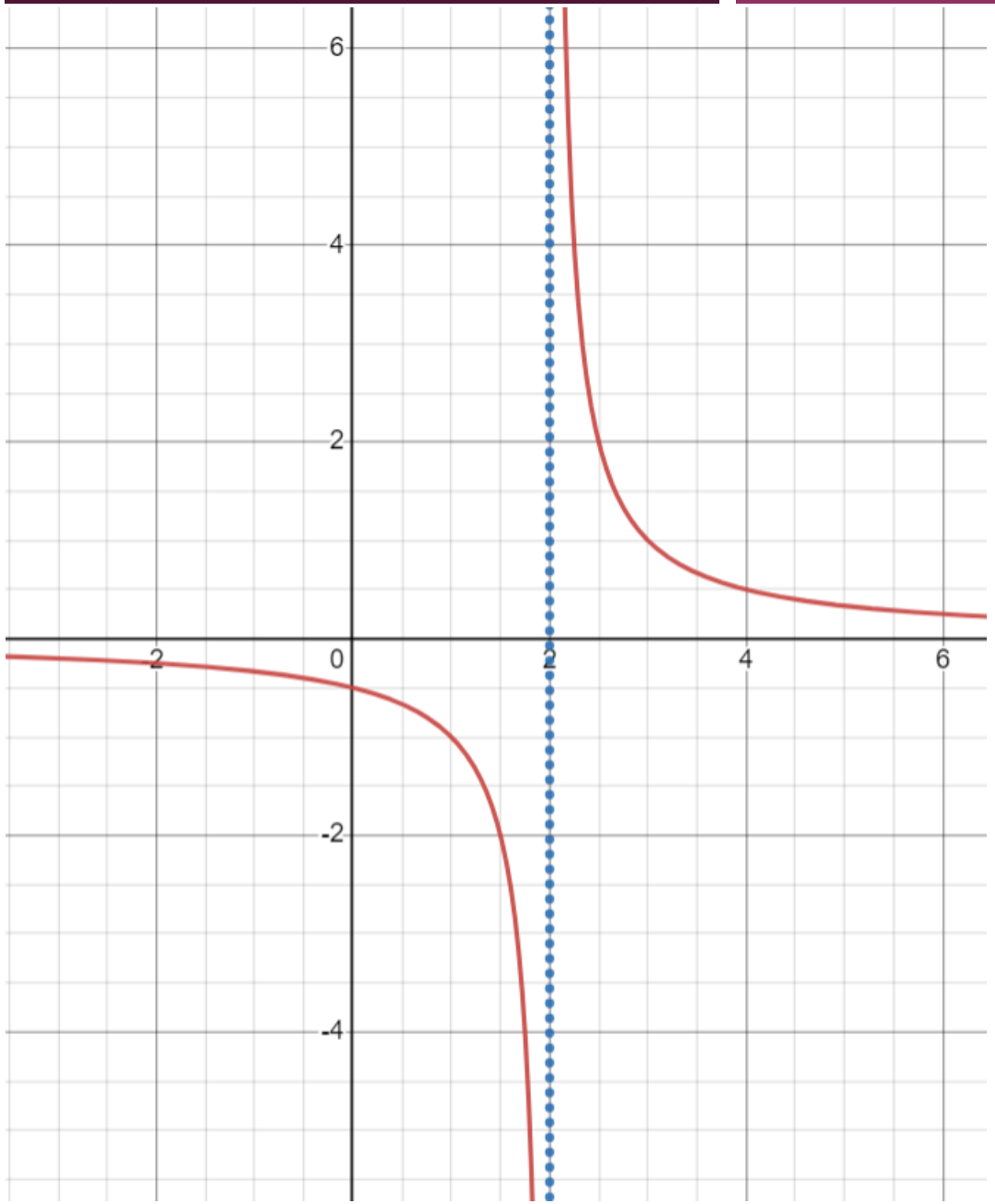


أتحقّق من فهمي

56

أجد كلًّا من النهايات الآتية بيانيًّا:

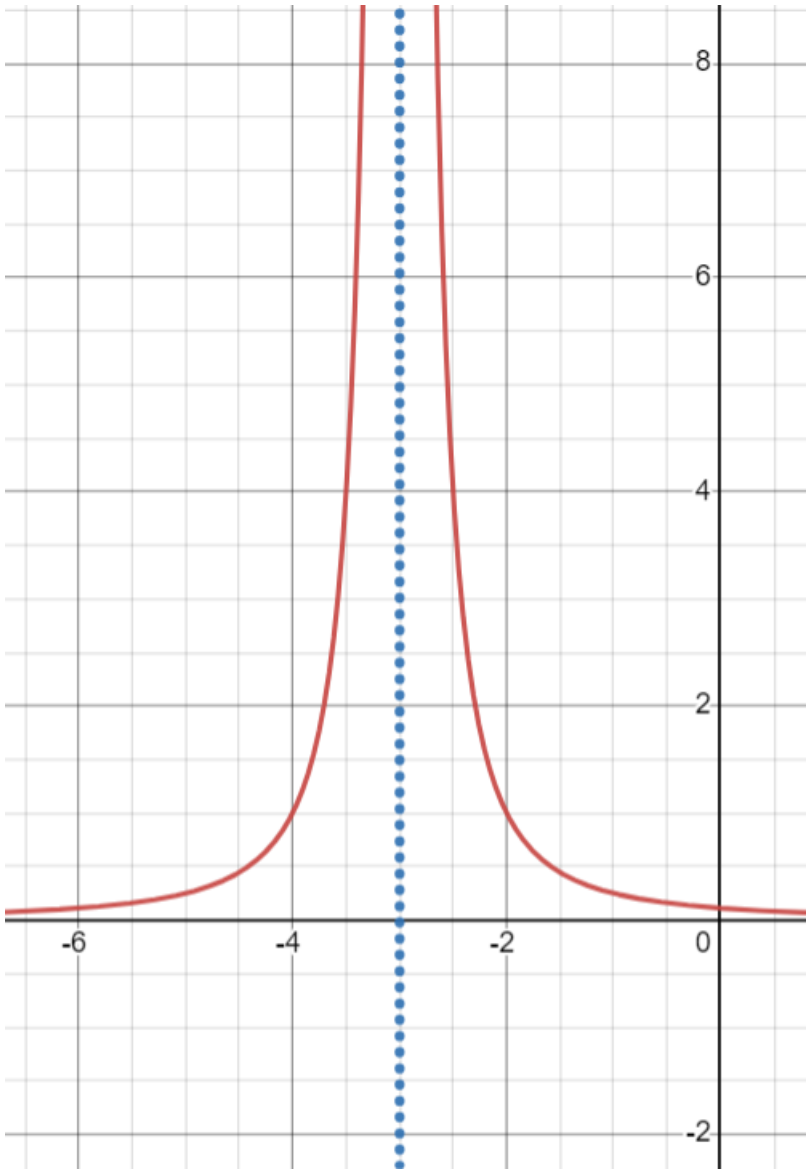
a) $\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2}$



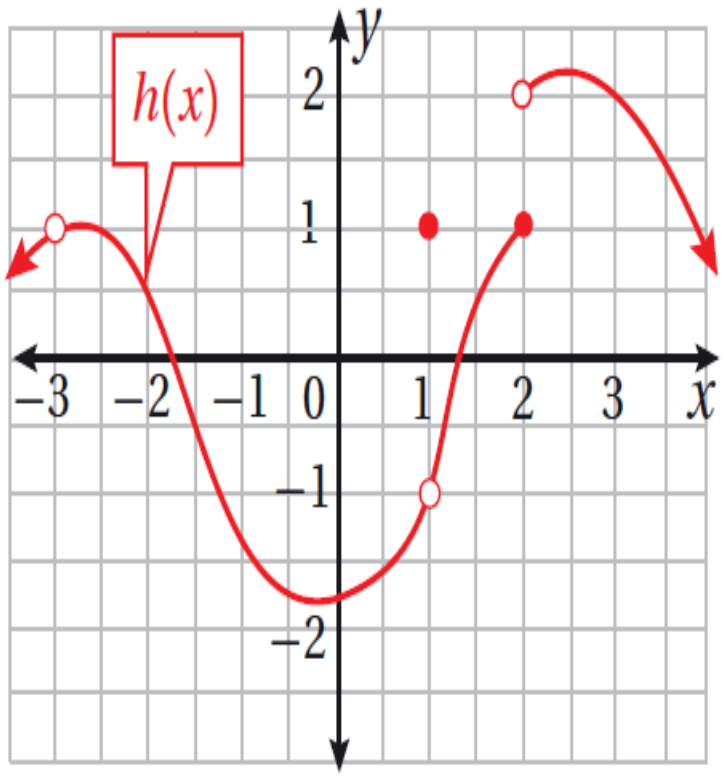
أتحقّق من فهمي

56

أجد كلًّا من النهايات الآتية بيانيًّا:



b) $\lim_{x \to -3} \frac{1}{(x+3)^2}$



أستعمل التمثيل البياني المجاور لإيجاد قيمة كل نهاية ممّا يأتي (إنْ وُجِدت):

1 $\lim_{x \to 2^+} h(x)$

2 $\lim_{x \to 2^-} h(x)$

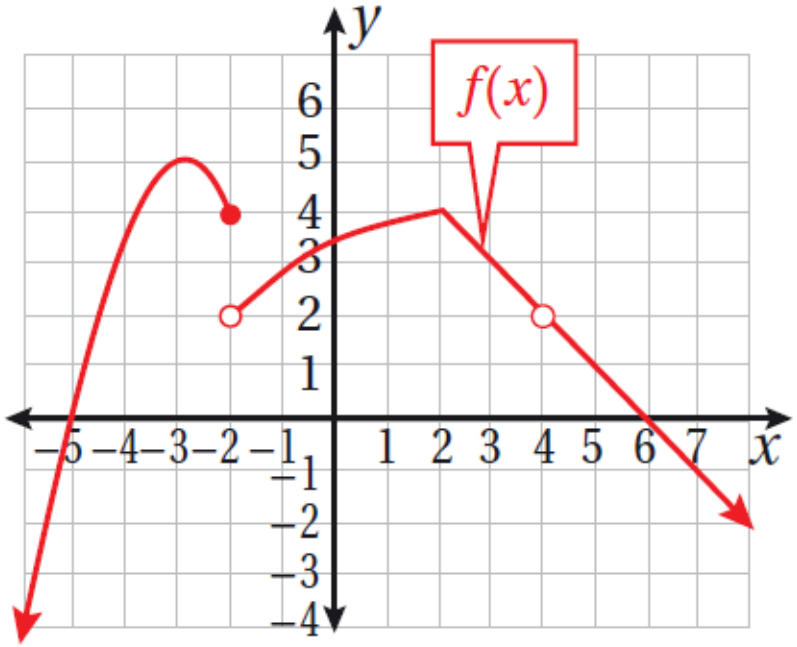
3 $\lim_{x \to 2} h(x)$

4 $\lim_{x \to 1} h(x)$

5 $\lim_{x \to -2} h(x)$

6 $\lim_{x \to -3} h(x)$

أستعملُ التمثيل البياني؛ لأجد كلّ نهاية ممّا يأتي:

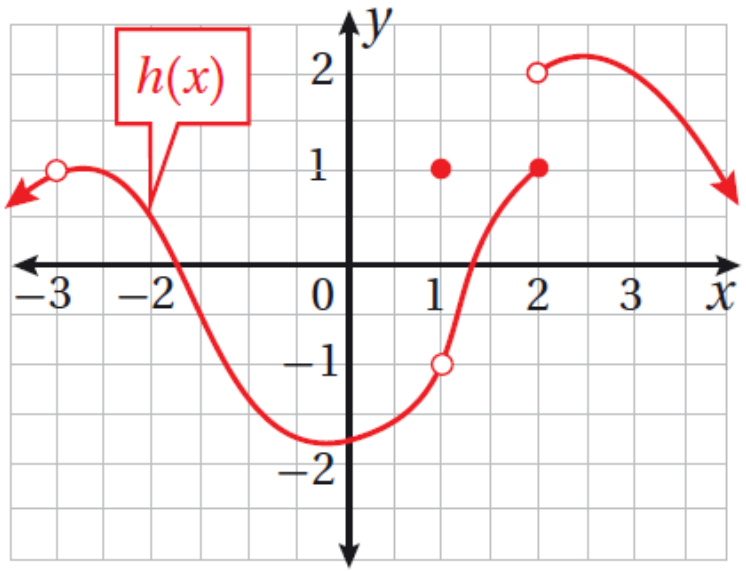


21 $\lim_{x \to 2} f(x)$

22 $\lim_{x \to -2^-} f(x)$

أتدرّب وأحلّ المسائل

أستعملُ التمثيل البياني؛ لأجد كلّ نهاية ممّا يأتي:



23 $\lim_{x \to 1} h(x)$

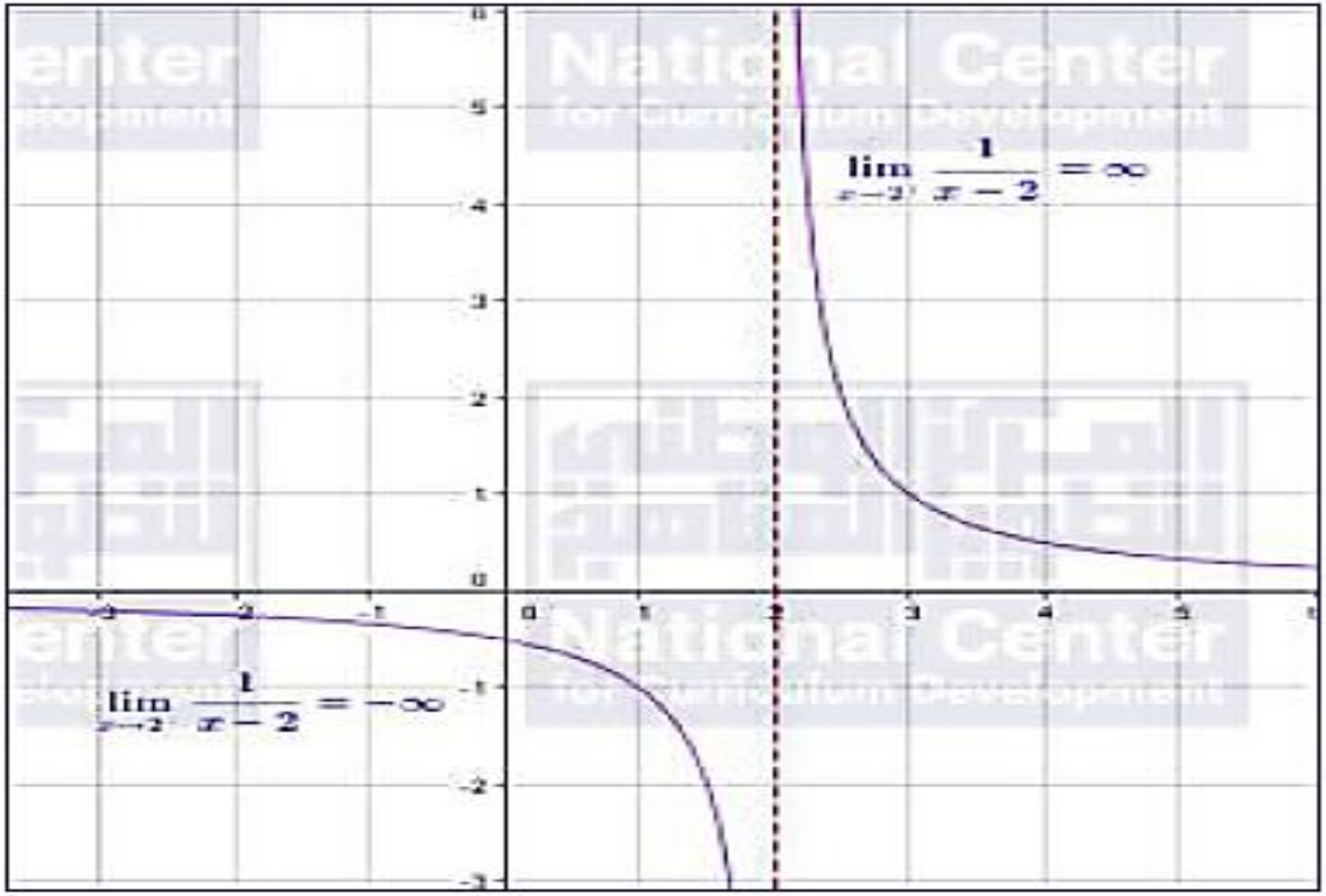
24 $\lim_{x \to 2^+} h(x)$

25 $\lim_{x \to 3} h(x)$

أتدرب وأحل المسائل صفحة 64

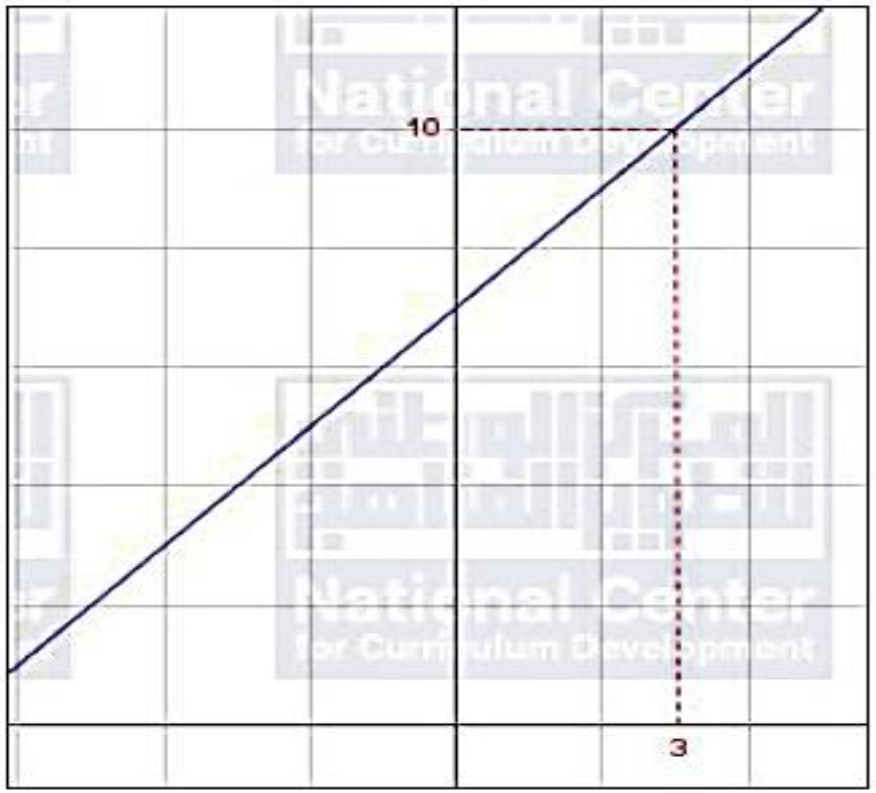
1

$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2}$ غير موجودة



$$\lim_{x \to 3}(x + 7) = 10$$

بيانيا



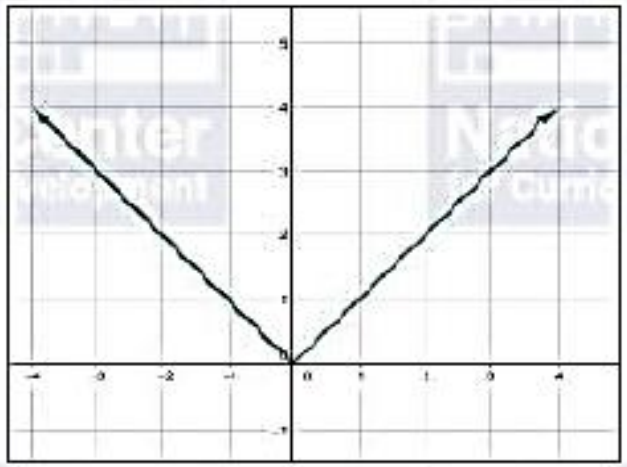
2

عدديا:

	اليسار ←			3	→ اليمين		
x	2.9	2.99	2.99		3.001	3.01	3.1
$f(x)$	9.7	9.99	9.999		10.001	10.01	10.1
	اليسار ←			10	→ اليمين		

$$\lim_{x \to 0} |x| = 0$$

بيانيا

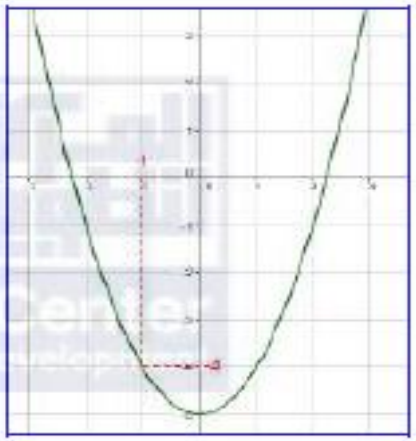


3

	اليمين ←		0	→ اليسار		
x	0.1	0.01	0.001	- 0.001	- 0.01	-0.1
$f(x)$	0.1	0.01	0.001	- 0.001	- 0.01	-0.1
	اليمين ←		0	→ اليسار		

$$\lim_{x \to -1} (x^2 - 5) = -4$$

بيانيا:



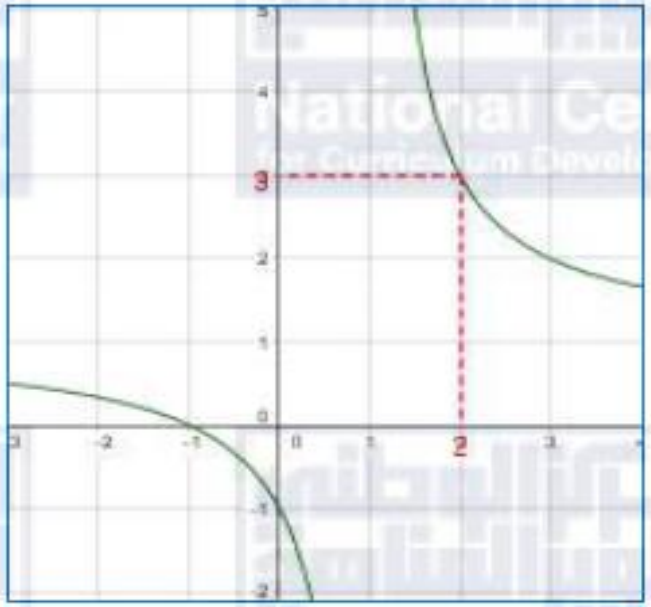
4

عدديا:

	← اليمين			-1	اليسار →		
x	0.9	0.99	0.999		1.001	1.01	-1.1
$f(x)$	-4.2	-4.02	-4.002		-3.99	-3.97	-3.79
	← اليمين			-4	اليسار →		

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}=3$$

بيانيا:

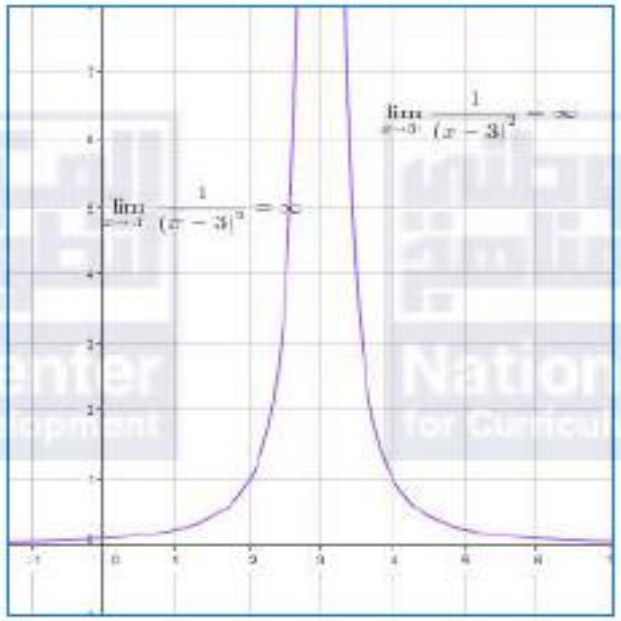


5

	اليسار ←			2		→ اليمين	
x	1.9	1.99	1.999		2.001	2.01	2.1
$f(x)$	3.22	3.02	3.002		2.99	2.98	2.81
	اليسار ←			3		→ اليمين	

$$\lim_{x\to 3}\frac{1}{(x-3)^2}=\infty$$

بيانيا:

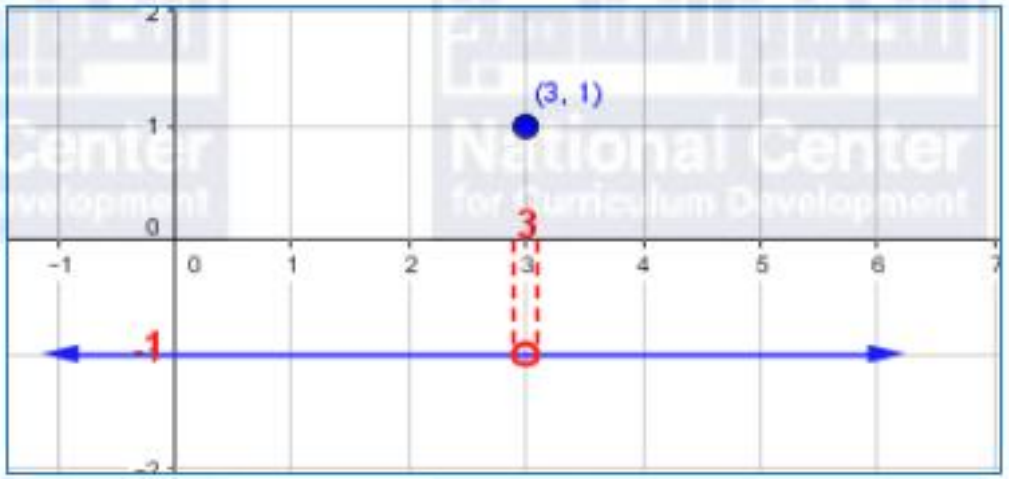


6

	اليسار ←			3	→ مين	
x	2.9	2.99	2.999		3.001	3.01	3.1
$f(x)$	100	10000	1000000		1000000	10000	100
	اليسار ←			∞	→ اليمين	

$$\lim_{x \to 3} f(x) = -1$$

بيانيا:



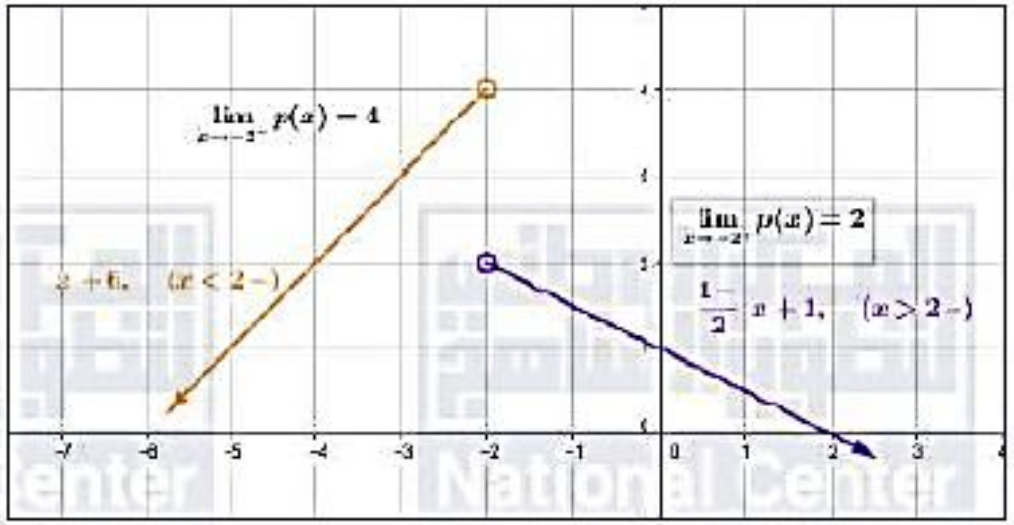
7

عدديا:

	اليسار ←			3		→ اليمين	
x	2.9	2.99	2.999		3.001	3.01	3.1
$f(x)$	-1	-1	-1		-1	-1	-1
	اليسار ←			-1		→ اليمين	

$\lim_{x\to -2} p(x)$ غير موجودة

بيانيا:



8

				2			اليسار ←
x	-2.1	-2.01	-2.001		-1.999	-1.99	-1.9
$f(x)$	3.9	3.99	3.999		1.999	1.995	1.95
				4			اليمين →

اليسار ←

اليمين →