مدارس الكلية العلمية الإسلامية

Islamic Educational College Schools

Jabal Amman - Jubeiha

78th عاماً من التميز والعطاء

المبحث: الرياضيات
الصف: التاسع

ملزمة أوراق العمل الداعمة لمادة الرياضيات للصف التاسع

على كل طالب دراسة محتويات هذه الملزمة بشكل جيد، حيث تحوي الملزمة المعلومات السابقة التي سنحتاجها في الصف التاسع.

المتباينةُ (inequality) جملةٌ رياضيةٌ تقارنُ بَيْنَ مقدارَينِ، وتشملُ أحدَ الرّموزِ $<, >, \leq, \geq$

رموزُ المتبايناتِ				
$\geq$	$\leq$	$>$	$<$	الرمزُ
• أكبرُ مِنْ أَوْ يُساوي • أكثرُ مِنْ أَوْ يُساوي • على الأقلِّ • لا يقلُّ عَنْ	• أصغرُ مِنْ أَوْ يُساوي • أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي • على الأكثرِ • لا يزيدُ على	• أكبرُ مِنْ • يزيدُ على • أكثرُ مِنْ	• أصغرُ مِنْ • يقلُّ عَنْ • أقلُّ مِنْ	بالكلماتِ

مثال 1

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

1 عددٌ أصغرُ مِنْ 15

المتغيرُ: لِيَكُنْ a يمثّلُ العددَ.

المتباينةُ: $a < 15$

2 عددٌ مطروحٌ مِنْهُ 4 أكبرُ مِنْ 120

المتغيرُ: لِيَكُنْ h يمثّلُ العددَ.

المتباينةُ: $h - 4 > 120$

3 كُتلتي أقلُّ مِنْ أَوْ تُساوي 48 kg

المتغيرُ: لِيَكُنْ w يمثّلُ كُتلتي.

المتباينةُ: $w \leq 48$

4 عددُ طلبةِ صفّي لا يقلُّ عَنْ 20

المتغيرُ: لِيَكُنْ n يمثّلُ عددَ طلبةِ صفّي.

المتباينةُ: $n \geq 20$

مفهومٌ أساسيٌّ — خاصّيّةُ الجمعِ للمتبايناتِ

- **بالكلماتِ:** إذا أضيفَ العددُ نفسُهُ إلى كلٍّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ أعدادٍ حقيقيةٍ a وَ b وَ c :
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $a + c > b + c$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $a + c < b + c$

تبقى هذِهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ $\leq$ وَ $\geq$

مفهومٌ أساسيٌّ — خاصّيّةُ الطرحِ للمتبايناتِ

- **بالكلماتِ:** إذا طُرِحَ العددُ نفسُهُ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ أعدادٍ حقيقيةٍ a وَ b وَ c:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $a - c > b - c$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $a - c < b - c$

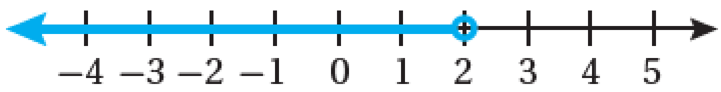
تبقى هذِهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ $\leq$ وَ $\geq$

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

$x - 12 < -10$

المتباينةُ الأصليةُ	$x - 12 < -10$
أضيفُ 12 إلى طرفَيِ المتباينةِ	$x - 12 + 12 < -10 + 12$
أبسّطُ	$x < 2$

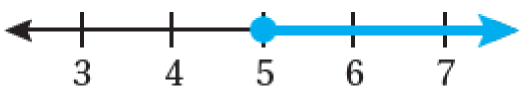
إذنْ، الحلُّ هُوَ $x < 2$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:



$m + 5 \geq 10$

المتباينةُ الأصليةُ	$m + 5 \geq 10$
أطرحُ 5 مِنْ طرفَيِ المتباينةِ	$m + 5 - 5 \geq 10 - 5$
أبسّطُ	$m \geq 5$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $m \geq 5$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:



مفهومٌ أساسيٌّ
خاصّيّةُ الضربِ للمتبايناتِ

الضربُ في عددٍ موجِبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا ضُرِبَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ في عددٍ موجِبٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأي $c > 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $ac > bc$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $ac < bc$

الضربُ في عددٍ سالبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا ضُرِبَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ في عددٍ سـالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ لجعلِ المتباينةِ الناتجةِ صحيحةً أيضًا.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأيٍّ $c < 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $ac < bc$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $ac > bc$

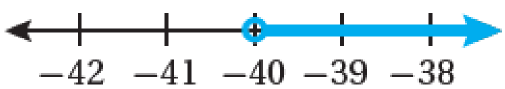
تبقى هذِهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ $\leq$ وَ $\geq$

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

$$\frac{x}{8} > -5$$

$\frac{x}{8} > -5$	المتباينةُ الأصليةُ
$8\left(\frac{x}{8}\right) > 8\,(-5)$	أضربُ طرفَيِ المتباينةِ في 8
$x > -40$	أبسّطُ

إذنْ، الحلُّ هُوَ $x > -40$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:



مفهومٌ أساسيٌّ — خاصّيّةُ القسمةِ للمتبايناتِ

القسمةُ على عددٍ موجِبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا قُسِمَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ موجِبٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b ولأيٍّ $c > 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

القسمةُ على عددٍ سالبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا قُسِمَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ سالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ لجعلِ المتباينةِ الناتجةِ صحيحةً أيضًا.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b ولأيٍّ $c < 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

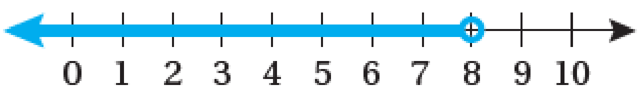
تبقى هذهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ $\leq$ وَ $\geq$

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

$-7k > -56$

المتباينةُ الأصليةُ	$-7k > -56$
أقسمُ طرفَيِ المتباينةِ على -7، وأغيّرُ اتّجاهَ رمزِ المتباينةِ	$\frac{-7k}{-7} < \frac{-56}{-7}$
أبسّطُ	$k < 8$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $k < 8$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:



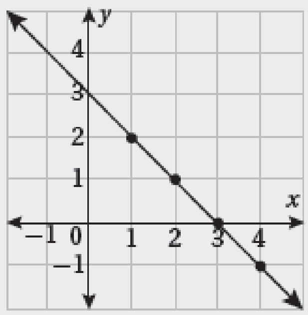
التمثيلُ البيانيُّ للمعادلةِ الخطيّةِ هو مستقيمٌ يمرُّ في الأزواجِ المُرتّبةِ جميعِها التي تمثّلُ حلولاً للمعادلةِ، وأيُّ زوجٍ مرتَّبٍ يقعُ على هذا المستقيمِ يمثّلُ حلًّا للمعادلةِ.

مِثالٌ: أُمَثِّلُ الْمُعادَلَةَ بَيانِيًّا $y = 3 - x$ ، في الْمُسْتَوى الْإِحْداثِيِّ:

الْخُطْوَةُ 1 أَخْتارُ 4 قِيَمٍ لِلْمُدْخَلاتِ، وَلْتَكُنْ $1, 2, 3, 4$، ثُمَّ أَجِدُ قِيَمَ الْمُخْرَجاتِ الْمُناظِرَةِ لَها بِاسْتِخْدامِ الْمُعادَلَةِ:

x	$3-x$	y	(x, y)
1	$3-1$	2	$(1, 2)$
2	$3-2$	1	$(2, 1)$
3	$3-3$	0	$(3, 0)$
4	$3-4$	-1	$(4, -1)$

الْخُطْوَةُ 2 أُمَثِّلُ الْأَزْواجَ الْمُرَتَّبَةَ في الْمُسْتَوى الْإِحْداثِيِّ وَأَصِلُ بَيْنَها بِخَطٍّ:



الاقتــرانُ (function) هوَ علاقةٌ تربطُ كلَّ قيمــةٍ منَ المُدخلاتِ بقيمةٍ واحدةٍ فقطْ منَ المُخرجــاتِ. ويمكنُني التعبيرُ عنِ الاقترانِ بطرائقَ مختلفةٍ كما يأتي:

أجمعُ 3 ثمَّ أقسمُ على 2

على صورةِ آلةِ اقترانٍ

المدخلةُ $x \longrightarrow \boxed{+3} \longrightarrow \boxed{\div 2} \longrightarrow y$ المخرجةُ

على صورةِ جدولِ مدخلاتٍ ومخرجاتٍ

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	$\frac{1+3}{2} = 2$
2	$\frac{2+3}{2} = 2.5$
3	$\frac{3+3}{2} = 3$

بالصّورةِ الجبريّةِ

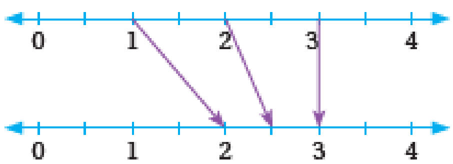
$$x \mapsto \frac{x+3}{2}$$

$$y = \frac{x+3}{2}$$

أتعلّمُ

تسمّى صورةُ الاقترانِ $y = \frac{x+3}{2}$ معادلةً في متغيّرَيْنِ

على صورةِ مخطّطٍ سهميٍّ



لحسابِ قيمةِ مقدارٍ جبريٍّ، أستبدلُ القيمَ العدديّةَ بالمتغيِّراتِ، ثمَّ أجري العمليّاتِ بحسبِ أولويّاتِها.

أجدُ قيمةَ كلٍّ منَ المقاديرِ الآتيةِ:

1 $x^2-(8+x)\ ,\ x=5$

أعوِّضُ $x=5$ ، ثمَّ أجدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ: $5^2-(8+5)=5^2-13$

أجدُ المقدارَ الأُسّيَّ: $=25-13$

أطرحُ: $=12$

2 $y^2+4y\ ,\ y=-6$

أعوِّضُ $y=-6$ ، ثمَّ أجدُ قيمةَ القوّةِ، ثمَّ أضربُ: $(-6)^2+4\times(-6)=36+(-24)$

$=36-24$

أطرحُ: $=12$

تحليلُ (factoring) المقدارِ الجبريِّ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ لحدودِهِ يعني تحليلَه تحليلًا كاملًا باستعمالِ عمليةٍ عكسيةٍ لعمليةِ التوزيعِ (خاصيةُ التوزيعِ).

أحلِّلُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

$6b^2k+8k^3b^5+12k^2$

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الّتي يتكوّنُ مِنْها المقدارُ الجبريُّ.

أحلِّلُ كلَّ حدٍّ إلى عواملِهِ الأوليةِ

$$6b^2k=2\times3\times b\times b\times k$$
$$8k^3b^5=2\times2\times2\times k\times k\times k\times b\times b\times b\times b\times b$$
$$12k^2=2\times2\times3\times k\times k$$

إذنْ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ هُوَ: $2\times k=2k$

الْخُطْوَةُ 2 أكتبُ كلَّ حدٍّ على صورةِ ناتجِ ضربِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ في بقيةِ العواملِ، ثُمَّ أخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ خارجَ القوسِ.

أُخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ خارجَ القوسِ: $6b^2k+8k^3b^5+12k^2=2k(3b^2+4k^2b^5+6k)$

إذنْ، $6b^2k+8k^3b^5+12k^2=2k(3b^2+4k^2b^5+6k)$

مفهومٌ أساسيٌّ — **التحليلُ بتجميعِ الحدودِ**

- **بالكلماتِ:** يمكنُ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ بالتجميعِ إذا تحققَتْ فيهِ الشروطُ الآتيةُ جميعُها:
  - إذا احتوى أربعةَ حدودٍ أوْ أكثرَ.
  - إذا احتوى عواملَ مشتركةً بَيْنَ الحدودِ يمكنُ تجميعُها معًا.
  - إذا احتوى عاملَينِ مشتركَينِ متساويَينِ كانَ أحدَهُما نظيرًا جمعيًّا (معكوسًا) للآخرِ.
- **بالرموزِ:**

$$ax + bx + ay + by = (ax + bx) + (ay + by)$$
$$= x(a + b) + y(a + b)$$
$$= (a + b)(x + y)$$

أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

$$\mathbf{5ab + 10a + 7b + 14}$$

$5ab + 10a + 7b + 14 = (5ab + 10a) + (7b + 14)$ — أُجمِّعُ الحدودَ ذاتَ العواملِ المشتركةِ

$= 5a(b + 2) + 7(b + 2)$ — أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

$= (b + 2)(5a + 7)$ — أخرجُ $(b + 2)$ عاملًا مشتركًا

مفهومٌ أساسيٌّ — **تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ $x^2 + bx + c$**

- **بالكلماتِ:** لتحليلِ ثلاثيةِ حدودٍ على صورةِ $x^2 + bx + c$ أجدُ عددَينِ صحيحَينِ m وَ n مجموعُهُما يساوي (b)، وحاصلُ ضربِهِما يساوي (c)، ثُمَّ أكتبُ $x^2 + bx + c$ على صورةِ $(x + n)(x+m)$.
- **بالرموزِ:** $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ حيثُ $m \times n = c$ ، $m + n = b$

إذا كانَتْ إشارةُ c موجبةً في ثلاثيِّ الحدودِ $x^2 + bx + c$، فيكونُ لِـ m وَ n الإشارةُ نفسُها.

أحللُ $x^2 + 7x + 12$

$$x^2 + 7x + 12 = (x + m)(x + n)$$
$$= (x + 3)(x + 4)$$

أحلّلُ $x^2 - 10x + 16$

$$x^2 - 10x + 16 = (x + m)(x + n)$$
$$= (x - 2)(x - 8)$$

إذا كانَتْ إشارةُ c سالبةً في ثلاثيِّ الحدودِ $x^2 + bx + c$، فإنَّ لِكلٍّ مِنْ m وَ n إشارتَينِ مختلفتَينِ.

أحلّلُ $x^2 + x - 20$

$$x^2 + x - 20 = (x + m)(x + n)$$
$$= (x - 4)(x + 5)$$

مفهومٌ أساسيٌّ **تحليلُ الفرقِ بَيْنَ مربعَينِ**

- **بالكلماتِ:** الفرقُ بَيْنَ مربعَيْ حدَّينِ يساوي ناتجَ ضربِ مجموعِ الحدَّينِ في الفرقِ بينَهُما.
- **بالرموزِ:** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

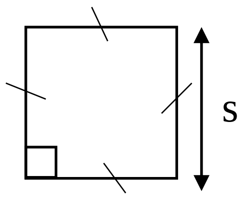
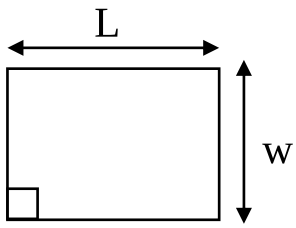
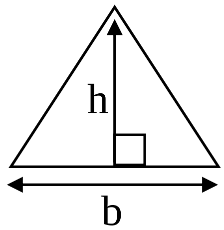
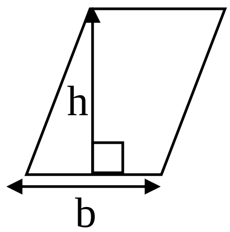
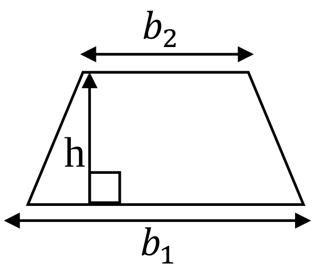
أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2$$
$$= (x - 5)(x + 5)$$

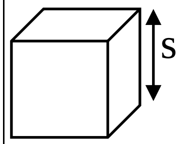
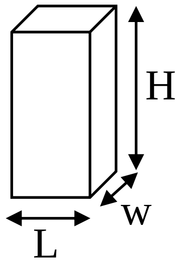
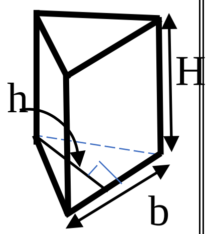
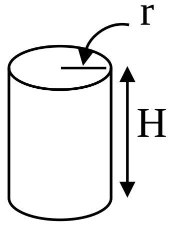
مفهومٌ أساسيٌّ **تحليلُ المربعِ الكاملِ الثلاثيِّ الحدودِ**

- **بالرموزِ:** $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$
- **مثالٌ:** $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5)$
  $25x^2 - 30x + 9 = (5x - 3)^2 = (5x - 3)(5x - 3)$

يمكن تلخيص مساحات المضلعات المختلفة حسب الجدول الآتي:

شكل المضلع وأبعاده	مساحة المضلع (Area)	اسم المضلع
	مساحة المربع = (طول الضلع)^2 $A = (s)^2$	المربع
	مساحة المستطيل = الطول × العرض $A = L \times w$	المستطيل
	مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع $A = \frac{1}{2} \times b \times h$	المثلث
	مساحة المتوازي = القاعدة × الارتفاع $A = b \times h$	متوازي الأضلاع
	مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ × مجموع القاعدتين × الارتفاع $A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$	شبه المنحرف

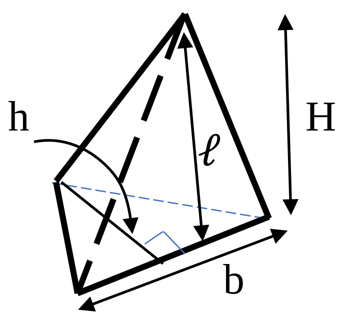
يمكن تلخيص حجوم المنشورات المختلفة ومساحة سطحها حسب الجدول الآتي:

اسم المجسم	حجم المجسم(volume)	المسحة الجانبية(L.A) والمساحة الكلية(S.A)	المجسم وأبعاده
المكعب	حجم المكعب = (طول الضلع)^3 $V = (s)^3$	L.A= 4 × (طول الضلع)^2 S.A= مساحة القاعدتين + المساحة الجانبية S.A= L.A + 2× (طول الضلع)^2	
متوازي المستطيلات	حجم متوازي المستطيلات = الارتفاع × العرض × الطول $V = L \times W \times H$	L.A= محيط القاعدة × ارتفاع المجسم $L.A = (2L + 2W) \times H$ S.A= مساحة القاعدتين + المساحة الجانبية $S.A = L.A + 2\times (L \times W)$	
منشور ثلاثي	حجم المنشور الثلاثي= لارتفاع المنشور × مساحة القاعدة $V = \frac{1}{2} \times b \times h \times H$	L.A= محيط القاعدة × ارتفاع المجسم L.A= (مجموع أضلاع المثلث) × H S.A= مساحة القاعدتين + المساحة الجانبية $S.A = L.A + 2\times (\frac{1}{2} \times b \times h)$	
الأسطوانة	حجم الأسطوانة= الارتفاع × مساحة القاعدة $V = \pi r^2 \times H$	L.A= محيط القاعدة × ارتفاع المجسم $L.A = (2\pi\, r) \times H$ S.A= مساحة القاعدتين + المساحة الجانبية $S.A = L.A + 2\times (\pi r^2)$	

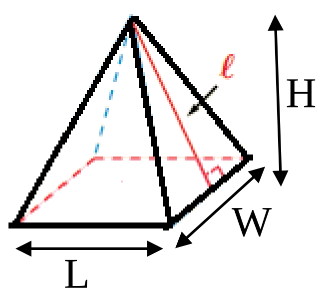
يمكن تلخيص حجوم الأهرامات المختلفة ومساحة سطحها حسب الجدول الآتي:

اسم المجسم	حجم المجسم (volume)	المسحة الجانبية (L.A) والمساحة الكلية (S.A)
هرم ثلاثي	حجم الهرم الثلاثي = $\frac{1}{3}$ × مساحة القاعدة × الارتفاع $V = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times b \times h) \times H$	L.A= $\frac{1}{2}$ × محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي L.A= $\frac{1}{2}$ × (مجموع أضلاع المثلث) × ℓ S.A= مساحة القاعدة + المساحة الجانبية $S.A = L.A + (\frac{1}{2} \times b \times h)$
هرم رباعي	حجم الهرم الرباعي = $\frac{1}{3}$ × مساحة القاعدة × الارتفاع $V = \frac{1}{3} \times (L \times W) \times H$	L.A= $\frac{1}{2}$ × محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي $L.A = \frac{1}{2} \times (2L + 2W) \times \ell$ S.A= مساحة القاعدة + المساحة الجانبية $S.A = L.A + (L \times W)$
مخروط	حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × مساحة القاعدة × الارتفاع $V = \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times H$	L.A= π × نصف القطر × الارتفاع الجانبي $L.A = \pi r \ell$ S.A= مساحة القاعدة + المساحة الجانبية $S.A = L.A + (\pi r^2)$

هرم ثلاثي



هرم رباعي



مخروط