مدارس الكلية
العلمية الإسلامية

المبحث: الرياضيات
الصف: العاشر

ملزمة أوراق العمل الداعمة لمادة الرياضيات للصف العاشر

على كل طالب دراسة محتويات هذه الملزمة بشكل جيد، حيث

تحوي الملزمة المعلومات السابقة التي سنحتاجها في الصف

العاشر.

مفهومٌ أساسيٌّ — حلُّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ بالتعويضِ

الخُطْوَةُ 1 إذا لزمَ الأمرُ، أكتبُ إحدى المعادلتَينِ على الأقلِّ بالنسبةِ لأحدِ المتغيّرَينِ.

الخُطْوَةُ 2 أعوّضُ المقدارَ الناتجَ مِنَ **الخطوةِ 1** في المعادلةِ الثانيةِ، ثُمَّ أحلُّها.

الخُطْوَةُ 3 أعـوّضُ القيمةَ الناتجةَ مِنَ **الخطوةِ 2** في أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ، ثُمَّ أحـلُّ المعادلةَ الناتجةَ لأجدَ قيمةَ المتغيّرِ الثّاني، ثُمَّ أكتبُ الحلَّ في صورةِ زوجٍ مرتَّبٍ.

مثال 1

أستعملُ التعويضَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$y = 2x + 3$$

$$3x + 4y = 1$$

الخُطْوَةُ 1 بِما أنَّ المعادلةَ الأولى مكتوبةٌ بالنسبةِ إلى y؛ إذنْ أنتقلُ مباشرةً إلى الخطوةِ الثانيةِ.

الخُطْوَةُ 2 أعوّضُ $(2x + 3)$ بدلاً مِنْ y في المعادلةِ الثانيةِ.

المعادلةُ الثانيةُ	$3x + 4y = 1$
أعوّضُ عَنْ y بِـ $(2x + 3)$	$3x + 4(2x + 3) = 1$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$3x + 8x + 12 = 1$
أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ	$11x + 12 = 1$
أطرحُ 12 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$11x + 12 - 12 = 1 - 12$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ عَلى 11	$\frac{11x}{11} = \frac{-11}{11}$
أبسّطُ	$x = -1$

الخُطْوَةُ 3 أعوّضُ -1 بدلًا مِنْ x في أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الأولى	$y = 2x + 3$
أعوّضُ عَنْ x بِـ -1	$= 2(-1) + 3$
أبسّطُ	$= 1$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(-1, 1)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

مثال 2

أستعملُ التعويضَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$3x + y = 5$$

$$5x - 2y = 12$$

الخُطْوَةُ 1 أحلُّ المعادلةَ الأولى بالنسبةِ للمتغيِّرِ y؛ لأنَّ معاملَهُ 1

المعادلةُ الأولى	$3x + y = 5$
أطرحُ $3x$ مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$3x - 3x + y = 5 - 3x$
أبسّطُ	$y = 5 - 3x$

الخُطْوَةُ 2 أعوّضُ $(5-3x)$ بدلاً مِنْ y في المعادلةِ الثانيةِ.

المعادلةُ الثانيةُ	$5x - 2y = 12$
أعوّضُ عَنْ y بـ $(5-3x)$	$5x - 2(5-3x) = 12$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$5x - 10 + 6x = 12$
أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ	$11x - 10 = 12$
أجمعُ 10 إلى طرفَيِ المعادلةِ	$11x - 10 + 10 = 12 + 10$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 11	$\frac{11x}{11} = \frac{22}{11}$
أبسّطُ	$x = 2$

الخُطْوَةُ 3 أعوّضُ 2 بدلًا مِنْ x في أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الأولى	$3x + y = 5$
أعوّضُ عَنْ x بـ 2	$3(2) + y = 5$
أبسّطُ	$6 + y = 5$
أطرحُ 6 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$y = -1$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(2, -1)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

مفهومٌ أساسيٌّ

حلُّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ بالحذفِ

الخُطْوةُ 1 أضـربُ – إنْ لزمَ الأمرُ – إحدى المعادلتَينِ أوْ كلتَيهما في عددٍ ثابتٍ بحيثُ يكونُ هناكَ على الأقلِّ حدّانِ متشابهانِ معاملاهُما متساويانِ أوْ معاملُ أحدِهما معكوسٌ للآخَرِ.

الخُطْوةُ 2 أكتبُ النظامَ بحيثُ تكونُ الحدودُ المتشابهةُ فوقَ بعضِها بعضًا.

الخُطْوةُ 3 أجمعُ المعادلتَينِ أوْ أطرحُهُما للتخلّصِ مِنْ أحدِ المتغيّراتِ، ثُمَّ أحلُّ المعادلةَ الناتجةَ.

الخُطْوةُ 4 أعوّضُ القيمةَ الناتجةَ فـي **الخطوةِ 3** في إحدى المعادلتَينِ، ثُمَّ أحلُّها لإيجادِ قيمةِ المتغيّرِ الثاني، ثُمَّ أكتبُ الحلَّ كزَوجٍ مرتَّبٍ.

مثال 1

أستعملُ الحذفَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$5x + y = 22$$
$$2x - y = 6$$

الخُطْوةُ 1 بما أنَّ معاملَيْ y في المعادلتَينِ كُلٌّ منهُما معكوسٌ للآخَرِ، فهذا يعني أنَّني لسـتُ بحاجةٍ إلى ضربِ أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ بثابتٍ؛ إذنْ أنتقلُ مباشرةً إلى الخطوةِ الثانيةِ.

الخُطْوةُ 2 أجمعُ المعادلتَينِ.

$$\begin{array}{rl} & 5x + y = 22 \\ (+) & 2x - y = 6 \\ \hline & 7x \quad\; = 28 \end{array}$$

أحذفُ المتغيّرَ y

$$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 7

$$x = 4$$

أبسّطُ

الخُطْوةُ 3 أعوّضُ 4 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

$$5x + y = 22$$

المعادلةُ الأولى

$$5(4) + y = 22$$

أعوّضُ عَنْ x بـ 4

$$20 + y = 22$$

أبسّطُ

$$20 - 20 + y = 22 - 20$$

أطرحُ 20 مِنْ كِلا الطرفَينِ

$$y = 2$$

أبسّطُ

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(4, 2)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

مثال 2

أستعملُ الحذفَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$12x + 2y = 30$$

$$8x + 2y = 22$$

الخُطوةُ 1 ألاحظُ أنَّ كِلا المعادلتَينِ تحويانِ $2y$، وهذا يعني أنّني لستُ بحاجةٍ إلى ضربِ أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ بثابتٍ، وأنّهُ يمكنُ حلُّ النظامِ بطرحِ إحدى المعادلتَينِ مِنَ الأُخرى.

الخُطوةُ 2 أطرحُ معادلةً مِنَ الأُخرى.

$$\begin{array}{rl} & 12x + 2y = 30 \\ (-) & 8x + 2y = 22 \\ \hline & 4x \quad\quad = 8 \end{array}$$

أحذفُ المتغيّرَ y

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 4

$$x = 2$$

أبسّطُ

الخُطوةُ 3 أعوّضُ 2 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

$$12x + 2y = 30$$ المعادلةُ الأولى

$$12(2) + 2y = 30$$ أعوّضُ عَنْ x بـ 2

$$24 + 2y = 30$$ أبسّطُ

$$24 - 24 + 2y = 30 - 24$$ أطرحُ 24 مِنْ كِلا الطرفَينِ

$$2y = 6$$ أبسّطُ

$$\frac{2y}{2} = \frac{6}{2}$$ أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 2

$$y = 3$$ أبسّطُ

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(2, 3)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

مثال 3

أستعملُ الحذفَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$\mathbf{3x + 2y = 18}$$
$$\mathbf{2x - y = 5}$$

الخُطْوَةُ 1 أضربُ المعادلةَ الثانيةَ في 2

$$3x + 2y = 18 \qquad\qquad 3x + 2y = 18$$
$$2x - y = 5 \xrightarrow{\text{أضربُ كلَّ حدٍّ في 2}} 4x - 2y = 10$$

الخُطْوَةُ 2 أجمعُ المعادلتَينِ.

$$\begin{array}{rrl} & 3x + 2y &= 18 \\ (+) & 4x - 2y &= 10 \\ \hline & 7x &= 28 \end{array}$$

أحذفُ المتغيّرَ y

$$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 7

$$x = 4$$

أبسّطُ

الخُطْوَةُ 3 أعوّضُ 4 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

$$2x - y = 5$$ المعادلةُ الثانيةُ

$$2(4) - y = 5$$ أعوّضُ عَنْ x بـ 4

$$8 - y = 5$$ أبسّطُ

$$8 - 8 - y = 5 - 8$$ أطرحُ 8 مِنْ كِلا الطرفَينِ

$$-y = -3$$ أبسّطُ

$$\frac{-y}{-1} = \frac{-3}{-1}$$ أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على -1

$$y = 3$$ أبسّطُ

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(4, 3)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

مراجعةُ المفهومِ

الصيغةُ الأُسِّيَّةُ

إذا كانَ a عددًا حقيقيًّا، وكانَ n عددًا صحيحًا موجبًا، فإنَّ:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ مَرَّةً}}$$

حيثُ:

a: الأساسُ.

n: الأُسُّ.

مفهومٌ أساسيٌّ

خصائصُ ضربِ الأُسسِ

إذا كانَ a و b عددينِ حقيقيينِ أوْ مقدارينِ جبريينِ، وكانَ m و n عددينِ صحيحينِ، فإنَّ:

مثالٌ		الخاصيةُ
$x^3 \times x^7 = x^{3+7} = x^{10}$	ضربُ القوى	1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$
$(y^4)^5 = y^{4\times5} = y^{20}$	قوَّةُ القوَّةِ	2) $(a^m)^n = a^{mn}$
$(6g)^3 = 6^3 g^3 = 216\, g^3$	قوَّةُ ناتجِ الضربِ	3) $(ab)^m = a^m b^m$

مفهومٌ أساسيٌّ

خصائصُ قسمةِ الأُسسِ

إذا كانَ a و b عددينِ حقيقيينِ أوْ مقدارينِ جبريينِ، حيثُ: $a \neq 0$ و $b \neq 0$، وكانَ m و n عددينِ صحيحينِ، فإنَّ:

مثالٌ		الخاصيةُ
$\frac{x^7}{x^3} = x^{7-3} = x^4$	قسمةُ القوى	1) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$\left(\frac{6}{g}\right)^3 = \frac{6^3}{g^3} = \frac{216}{g^3}$	قوَّةُ ناتجِ القسمةِ	2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

مفهومٌ أساسيٌّ

الأسُّ الصفريُّ والأسُّ السالبُ

إذا كانَ a عددًا حقيقيًّا أوْ مقدارًا جبريًّا، حيثُ: $a \neq 0$، وكانَ n عددًا صحيحًا، فإنَّ:

مثالٌ		الخاصيةُ
$(2x^2)^0 = 1, x \neq 0$	الأُسُّ الصفريُّ	1) $a^0 = 1$
$h^{-4} = \frac{1}{h^4}, h \neq 0$	الأُسُّ السالبُ	2) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

مثال 1

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1 $(3ry^5)(6r^2y^3)$

$(3ry^5)(6r^2y^3) = (3\times6)(r \times r^2)(y^5 \times y^3)$ بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيِّراتِ

$= (3 \times 6)(r^{1+2})(y^{5+3})$ ضربُ القوى

$= 18r^3y^8$ بالتبسيطِ

2 $((x^2)^5)^8$

$((x^2)^5)^8 = (x^{2\times5})^8$ قوّةُ القوّةِ

$= (x^{10})^8$ بالتبسيطِ

$= x^{10\times8}$ قوّةُ القوّةِ

$= x^{80}$ بالتبسيطِ

3 $(-2a^2b)^3$

$(-2a^2b)^3 = (-2)^3(a^2)^3b^3$ قوّةُ ناتجِ الضربِ

$= -8a^6b^3$ بالتبسيطِ

4 $\left(4x^5y^3\right)\left(-3xy^5\right)^2$

قوّةُ ناتجِ الضربِ	$\left(4x^5y^3\right)\left(-3xy^5\right)^2 = \left(4x^5y^3\right)\left((-3)^2(x)^2(y^5)^2\right)$
قوّةُ القوّةِ	$= \left(4x^5y^3\right)\left(9x^2y^{10}\right)$
بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيّراتِ	$= (4\times 9)\left(x^5\times x^2\right)\left(y^3\times y^{10}\right)$
ضربُ القوى	$= 36x^7y^{13}$

مثال 2

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

1 $\dfrac{u^2v^6}{uv^2}$

بإعادةِ تجميعِ المُتغيّراتِ	$\dfrac{u^2v^6}{uv^2} = \left(\dfrac{u^2}{u}\right)\left(\dfrac{v^6}{v^2}\right)$
قسمةُ القوى	$= \left(u^{2-1}\right)\left(v^{6-2}\right)$
بالتبسيطِ	$= uv^4$

2 $\left(\dfrac{-2x^3}{x^2y^5}\right)^4$

قسمةُ القوى	$\left(\dfrac{-2x^3}{x^2y^5}\right)^4 = \left(\dfrac{-2x^{3-2}}{y^5}\right)^4$
بالتبسيطِ	$= \left(\dfrac{-2x}{y^5}\right)^4$
قوّةُ ناتجِ القسمةِ	$= \dfrac{(-2)^4x^4}{(y^5)^4}$
قوّةُ القوّةِ	$= \dfrac{16x^4}{y^{20}}$

مثال 3

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

1) $\dfrac{4x^5 y^{-4}}{2x^3 y^2}$

$$\frac{4x^5 y^{-4}}{2x^3 y^2} = \left(\frac{4}{2}\right)\left(\frac{x^5}{x^3}\right)\left(\frac{y^{-4}}{y^2}\right)$$ بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ

$$= \left(\frac{4}{2}\right)(x^{5-3})(y^{-4-2})$$ قسمةُ القوى

$$= 2(x^2)(y^{-6})$$ بالتبسيطِ

$$= 2(x^2)\left(\frac{1}{y^6}\right)$$ تعريفُ الأُسِّ السالبِ

$$= \frac{2x^2}{y^6}$$ بالضربِ

2) $\dfrac{3x^4 y^{-1} z^{-2}}{x^2 y^0}$

$$\frac{3x^4 y^{-1} z^{-2}}{x^2 y^0} = \frac{3x^4 y^{-1} z^{-2}}{x^2}$$ $y^0 = 1$

$$= 3\left(\frac{x^4}{x^2}\right)(y^{-1})(z^{-2})$$ بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ

$$= 3(x^{4-2})(y^{-1})(z^{-2})$$ قسمةُ القوى

$$= 3(x^2)\left(\frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{z^2}\right)$$ تعريفُ الأُسِّ السالبِ

$$= \frac{3x^2}{yz^2}$$ بالضربِ

مفهومٌ أساسيٌّ

خاصيّةُ الضّربِ الصّفريّ

بالكلماتِ: إذا كانَ حاصلُ ضربِ عددَيْنِ حقيقيَّيْنِ يُســاوي صِفرًا، فإنَّ أحدَهُما على الأقلِّ يجبُ أنْ يكونَ صِفرًا.

بالرُّموزِ: إذا كانَ a وَ b عددَيْنِ حقيقيَّيْنِ، وكانَ $ab = 0$، فإنَّ:

$$a = 0 \quad \text{or} \quad b = 0$$

مفهومٌ أساسيٌّ

حلُّ المُعادلةِ التربيعيّةِ بالتحليل

لحلِّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ، أتبعُ الخُطواتِ الآتيةَ:

الخُطوةُ 1: أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيســرِ مِنَ المُعادلــةِ، وأتركُ الصِّفرَ في الطرفِ الأيمنِ.

الخُطوةُ 2: أحلِّلُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ مِنَ المُعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عامِلَيْنِ.

الخُطوةُ 3: أُســاوي كلَّ عاملٍ بالصِّفرِ (خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ)، وَأَحُلُّ كلَّ مُعادلةٍ خطيَّةٍ.

الخُطوةُ 4: حلولُ المُعادلةِ التربيعيَّةِ هِيَ حلولُ المعادلتَينِ الخطّيّتَينِ.

مثال 1

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

1 $x^2 = -5x$

$x^2 = -5x$	المُعادلةُ المُعطاةُ
$x^2 + 5x = 0$	بجمعِ $5x$ إلى طرفَيِ المُعادلةِ
$x(x+5) = 0$	بإخراجِ العاملِ المُشترَكِ الأكبرِ
$x = 0 \quad \text{or} \quad x + 5 = 0$	خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ
$x = -5$	بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ

إذنْ، الجذرانِ هُما: $0, -5$

2 $6x^2 = 20x$

$6x^2 = 20x$ المُعادلةُ المُعطاةُ

$6x^2 - 20x = 0$ بطرحِ $20x$ مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ

$2x(3x - 10) = 0$ بإخراجِ العاملِ المُشترَكِ الأكبرِ

$2x = 0 \quad \text{or} \quad 3x - 10 = 0$ خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريُّ

$x = 0 \qquad x = \frac{10}{3}$ بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ

إذنْ، الجذرانِ هُما: $0, \frac{10}{3}$

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ: الصورةُ القياسيَّةُ $x^2 + bx + c = 0$

إذا كانَ المقدارُ الجبريُّ $x^2 + bx + c$ قابلًا للتحليلِ، فيمكنُ أيضًا استعمالُ خاصيَّةِ الضَّربِ الصِّفريِّ لحلِّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ المكتوبةِ بالصورةِ القياسيَّةِ $x^2 + bx + c = 0$.

مثال 2

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

أتذكَّرُ

بما أنَّ $b = 6, c = 8$، فأبحثُ عنْ عددَيْنِ صحيحَيْنِ موجبَيْنِ مجموعُهُما 6 وحاصلُ ضربِهِما 8

1 $x^2 + 6x + 8 = 0$

$x^2 + 6x + 8 = 0$ المُعادلةُ المُعطاةُ

$(x + 4)(x + 2) = 0$ بالتحليلِ إلى العواملِ

$x + 4 = 0 \quad \text{or} \quad x + 2 = 0$ خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريُّ

$x = -4 \qquad x = -2$ بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ

إذنْ، الجذرانِ هُما: $-4, -2$

أتذكَّرُ

بما أنَّ $b=-8,\ c=12$، فأبحثُ عنْ عددَيْنِ صحيحَيْنِ سالِبَيْنِ مجموعُهُما -8 وحاصلُ ضربِهِما 12

2 $x^2-8x+12=0$

$x^2-8x+12=0$	المُعادلةُ المُعطاةُ
$(x-6)(x-2)=0$	بالتحليلِ إلى العواملِ
$x-6=0 \quad \text{or} \quad x-2=0$	خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ
$x=6 \qquad\qquad x=2$	بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ

إذنْ، الجذرانِ هُما: $6, 2$

3 $x^2+5x=6$

$x^2+5x=6$	المُعادلةُ المُعطاةُ
$x^2+5x-6=0$	بطرحِ 6 مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ
$(x-1)(x+6)=0$	بالتحليلِ إلى العواملِ
$x-1=0 \quad \text{or} \quad x+6=0$	خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ
$x=1 \qquad\qquad x=-6$	بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ

إذنْ، الجذرانِ هُما: $1, -6$

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ: تحليلُ الفرقِ بينَ مُرَبَّعَيْنِ

يمكنُ استعمالُ خاصيَّةِ الضَّربِ الصِّفريِّ والتحليلِ لحلِّ مُعادلاتٍ تربيعيَّةٍ تتضمَّنُ فرقًا بينَ مربّعَينِ.

أتذكَّرُ

الفرقُ بينَ مربّعَيْ حَدَّيْنِ يُساوي ناتجَ ضربِ مجموعِ الحَدَّيْنِ في الفرقِ بينَهُما.

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

مثال 3

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

1 $x^2 - 36 = 0$

$x^2 - 36 = 0$ المُعادلةُ المُعطاةُ

$(x-6)(x+6) = 0$ بتحليلِ الفرقِ بينَ مربّعَينِ

$x-6=0 \quad \text{or} \quad x+6=0$ خاصيّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ

$x = 6 \qquad x = -6$ بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ

إذنْ، الجذرانِ هُما: $-6, 6$

2 $8x^2 - 50 = 0$

$8x^2 - 50 = 0$ المُعادلةُ المُعطاةُ

$4x^2 - 25 = 0$ بقسمةِ طرفَي المُعادلةِ على 2

$(2x-5)(2x+5) = 0$ بتحليلِ الفرقِ بينَ مربّعَينِ

$2x-5=0 \quad \text{or} \quad 2x+5=0$ خاصيّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ

$x = \frac{5}{2} \qquad x = -\frac{5}{2}$ بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ

إذنْ، الجذرانِ هُما: $\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}$

مثال 5

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

1 $3x^2 - 27 = 0$

$3x^2 - 27 = 0$ المُعادلةُ المُعطاةُ

$3x^2 = 27$ بجمعِ 27 إلى طرفَي المُعادلةِ

$x^2 = 9$ بقسمةِ طرفَي المُعادلةِ على 3

$x = \pm\sqrt{9}$ بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَيْنِ

$x = \pm 3$ بالتبسيطِ

2 $(x+4)^2 = 49$

المُعادلةُ المُعطاةُ	$(x+4)^2 = 49$
بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَيْنِ	$x+4 = \pm\sqrt{49}$
بالتبسيطِ	$x+4 = \pm 7$
بطرحِ 4 مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ	$x = -4 \pm 7$
بفصلِ الحَلَّيْنِ	$x = -4+7$ or $x = -4-7$
بالتبسيطِ	$x = 3$ or $x = -11$

إذنْ، الجذرانِ هُما: 3 , 11−

مفهومٌ أساسيٌّ

حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ بالقانونِ العامِّ

يمكنُ حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ بالقانونِ العامِّ على النَّحوِ الآتي:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيثُ $a \neq 0$ و $b^2 - 4ac \geq 0$.

مثال 1

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بالقانونِ العامِّ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لَزِمَ):

1 $2x^2 - 3x = 5$

الخُطوةُ 1: أكتبُ المُعادلةَ بالصورةِ القياسيَّةِ.

المُعادلةُ المُعطاةُ	$2x^2 - 3x = 5$
بطرحِ 5 مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ	$2x^2 - 3x - 5 = 0$

الخُطوةُ 2: أطبّقُ القانونَ العامَّ.

صيغةُ القانونِ العامِّ	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
بتعويضِ $a = 2, b = -3, c = -5$	$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-5)}}{2(2)}$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{4}$$ بالتبسيطِ

$$= \frac{3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4}$$ بالجمعِ، ثُمَّ إيجادِ الجذرِ التربيعيِّ

$$x = \frac{3-7}{4} \quad \text{or} \quad x = \frac{3+7}{4}$$ بفصلِ الحلَّيْنِ

$$x = -1 \qquad x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$ بالتبسيطِ

إذنْ، جذرا المُعادلةِ هُما $-1, \frac{5}{2}$

2 $5x^2 - 11x = 4$

الخُطوةُ 1: أكتبُ المُعادلةَ بالصورةِ القياسيَّةِ.

$$5x^2 - 11x = 4$$ المُعادلةُ المُعطاةُ

$$5x^2 - 11x - 4 = 0$$ بطرحِ 4 مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ

الخُطوةُ 2: أطبِّقُ القانونَ العامَّ.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ صيغةُ القانونِ العامِّ

$$= \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(5)(-4)}}{2(5)}$$ بتعويضِ $a = 5, b = -11, c = -4$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{121 + 80}}{10}$$ بالتبسيطِ

$$= \frac{11 \pm \sqrt{201}}{10}$$ بالجمعِ

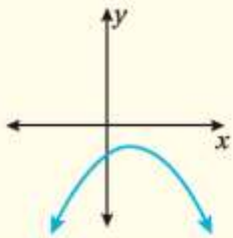
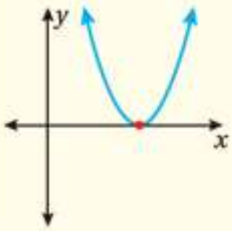
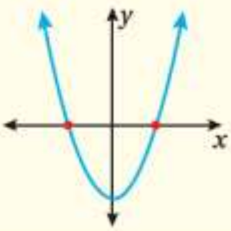
$$x = \frac{11 - \sqrt{201}}{10} \quad \text{or} \quad x = \frac{11 + \sqrt{201}}{10}$$ بفصلِ الحلَّيْنِ

$$x \approx -0.3 \qquad x \approx 2.5$$ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

إذنْ، جذرا المُعادلةِ التقريبيّانِ $-0.3, 2.5$

مفهومٌ أساسيٌّ

مُمَيِّزُ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ هُوَ $\Delta = b^2 - 4ac$، ويمكنُ استعمالُهُ لتحديدِ عددِ حلولِ المُعادلةِ التربيعيَّةِ كما يأتي:

$\Delta < 0$ سالبٌ	$\Delta = 0$ صفرٌ	$\Delta > 0$ موجبٌ	إشارةُ المُمَيِّزِ Δ
لا توجدُ حُلولٌ حقيقيَّةٌ	حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ	حلّانِ حقيقيّانِ مختلفانِ	عددُ الحُلولِ
			مثالٌ بيانيٌّ

مثال 2

أحدِّدُ عددَ الحُلولِ الحقيقيَّةِ لكلِّ مُعادلةٍ تربيعيَّةٍ ممّا يأتي باستعمالِ المُمَيِّزِ:

1 $x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ صيغةُ المُمَيِّزِ

$= (-4)^2 - 4(1)(3)$ بتعويضِ $a = 1, b = -4, c = 3$

$= 4$ بالتبسيطِ

بما أنَّ $\Delta > 0$، إذنْ للمُعادلةِ حلّانِ حقيقيّانِ مختلفانِ.

2 $x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ صيغةُ المُمَيِّزِ

$= (-2)^2 - 4(1)(1)$ بتعويضِ $a = 1, b = -2, c = 1$

$= 0$ بالتبسيطِ

بما أنَّ $\Delta = 0$، إذنْ للمُعادلةِ حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ.

3 $x^2 - x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$	صيغةُ المُمَيِّزِ
$= (-1)^2 - 4(1)(1)$	بتعويضِ $a=1, b=-1, c=1$
$= -3$	بالتبسيطِ

بما أنَّ $\Delta < 0$، إذنْ ليسَ للمُعادلةِ أيُّ حلٍّ حقيقيٍّ.